

OPTIMIZACIÓN DEL ALGORITMO DE PARAMETRIZACIÓN DE CILINDROS A PARTIR DE UNA NUBE DE CINCO PUNTOS

**LORENA CEBALLOS ESPINOSA
JUAN JOSÉ JURKO PALACIO**

Ingeniero de Sistemas y Computación

Irene Gómez Franco Ingeniera Electrónica



**UNIVERSIDAD EIA
INGENIERÍA DE SISTEMAS Y COMPUTACIÓN
ENVIGADO
2019**

Este trabajo de grado está dedicado a nuestro amigo
y profesor John quien con sus enseñanzas de vida y

conocimientos nos mostró un mundo en el que todo es posible. A un padre que demostró que con amor y paciencia ninguna dificultad es demasiado grande para ser superada y a todos aquellos que estuvieron en los momentos de dolor brindándonos su apoyo.

Q.E.P.D

John Edgar Congote (12 de febrero 2018)

Janos Jurko Vázquez (8 de marzo 2018)

AGRADECIMIENTOS

Un especial y grato agradecimiento a John Edgar Congote Calle quien nos apoyó incondicionalmente al desarrollo de este trabajo de grado, y a Irene Gómez franco, quien nos acompañó durante todo este proceso de investigación, sin ella nada de esto hubiese sido posible.

Por otro lado, también un agradecimiento especial al doctor Paul Zsombor-Murray, quien nos brindó apoyo para la resolución de dudas referentes a su algoritmo de parametrización y nos dio una guía para poder culminar este proyecto.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	14
1. PRELIMINARES.....	16
1.1 Planteamiento del problema	16
1.2 Objetivos del proyecto	17
1.2.1 Objetivo General.....	17
1.2.2 Objetivos Específicos	17
1.3 Marco de referencia.....	18
1.3.1 Antecedentes	18
1.3.2 Marco Teórico	19
1.3.2.1 Algoritmo de supresión de Ruido.....	19
1.3.2.2 Parametrización de curvas	20
1.3.2.3 Ajustes de Curvas	20
1.3.2.4 Escaneo tridimensional.....	20
2. METODOLOGÍA.....	22
2.1 Contextualización	22
2.2 Parametrización de cilindros:	23
2.2.1 Definición del Algoritmo de parametrización:	23
2.2.2 Selección de puntos y supresión de ruido.....	27
2.2.3 Ajuste de Curvas	28
3. PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	31
3.1 Ejemplo Numérico.....	31

3.1.1 Cilindro #1	36
3.1.2 Cilindro #2	39
3.2 Implementacion en neumaticos	45
3.2.1 Modelos Neumáticos Nuevos:	45
3.2.2 Modelos Neumáticos Usados:	51
3.2.3 Modelos Neumáticos Desgastados:	56
4. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES	63
5. REFERENCIAS	64
6. ANEXOS	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.

LISTA DE TABLAS

pág.

Tabla 1. Resultados Parametrización	35
-------------------------------------------	----

LISTA DE FIGURAS

pág.

Ilustración 1. GUI Matlab Puntos Iniciales.....	32
Ilustración 2. Vista en perspectiva de los puntos iniciales y hallados.	33
Ilustración 3. Vista superior de los puntos iniciales y hallados.	34
Ilustración 4. Vista lateral de los puntos hallados.....	34
Ilustración 5. Radio y eje del cilindro #1 vista en perspectiva.....	36
Ilustración 6. Radio y eje del cilindro #1 vista lateral.	37
Ilustración 7. Radio y eje del cilindro #1 vista superior.....	38
Ilustración 8. Radio y eje del cilindro #2 vista en perspectiva.....	39
Ilustración 9. Radio y eje del cilindro #2 vista lateral.	40
Ilustración 10. Radio y eje del cilindro #2 vista superior.	41
Ilustración 11. Modelo 3D Cilindros.....	42
Ilustración 12. Vista superior de los cilindros.	43
Ilustración 13. Vista lateral cilindros.....	44
Ilustración 14. Archivo MTL modelo nuevo	46
Ilustración 15. Vista lateral invertida del modelo nuevo.....	47
Ilustración 16. Vista mallada del modelo.....	47
Ilustración 17. Vista frontal del modelo nuevo.....	48
Ilustración 18. vista superior del modelo nuevo.	48
Ilustración 19. Vista frontal modelo nuevo RANSAC.....	49
Ilustración 20. Vista superior del modelo nuevo RANSAC.	50

Ilustración 21. Vista lateral del modelo nuevo RANSAC.	50
Ilustración 22. Archivo MTL modelo usado.	51
Ilustración 23. Vista frontal modelo usado.....	52
Ilustración 24. Vista lateral modelo usado.....	53
Ilustración 25. Vista superior modelo usado.....	53
Ilustración 26. Archivo MTL modelo usado RANSAC.....	54
Ilustración 27. Vista frontal Modelo Usado RANSAC.	55
Ilustración 28. Vista lateral Modelo Usado RANSAC.	55
Ilustración 29. Vista lateral Modelo Usado RANSAC.	56
Ilustración 30. Archivo MTL modelo desgastado.....	57
Ilustración 31. Vista frontal modelo desgastado.....	58
Ilustración 32. Vista lateral modelo desgastado.	58
Ilustración 33. Vista superior modelo desgastado.	59
Ilustración 34. Archivo mtl del Modelo desgastado RANSAC.....	60
Ilustración 35. Vista frontal Modelo desgastado RANSAC.	61
Ilustración 36. Vista lateral Modelo desgastado RANSAC.	61
Ilustración 37. Vista superior Modelo desgastado RANSAC.	62

LISTA DE ANEXOS

pág.

Anexo 1. Solución verificada mediante proyección en dirección del eje.....	66
Anexo 2. Vista superior modelo fallido.....	67
Anexo 3. Vista frontal modelo fallido.....	67
Anexo 4. Vista lateral modelo fallido.....	68
Anexo 5. Archivo mtl modelo fallido.....	69

RESUMEN

Actualmente, el escaneo y procesamiento de modelos 3D se da de manera automatizada gracias a la evolución de tecnologías de digitalización y procesamiento de imágenes. Con este proceso se obtienen modelos e imágenes tridimensionales gracias a la información y estructura obtenida del objeto escaneado, en donde dicha información puede ser tan detallada como para contener densidades, materiales, fricciones, entre otros datos.

Dentro de las figuras que se usan frecuentemente para realizar escaneos y análisis de objetos tridimensionales se habla con mayor frecuencia de los cilindros ya sean uniformes o no uniformes. Esto se debe a que esta figura permite modelar con mayor facilidad los objetos de la vida cotidiana como neumáticos, tuberías, fractales, árboles, e incluso el modelamiento de figuras geométricas básicas. Sin embargo, a pesar de ser figuras sencillas y cotidianas, en el momento de escanearlas y llevarlas a un entorno digital se presentan diversos problemas de fiabilidad y precisión en los datos obtenidos, desde puntos no pertenecientes al objeto (también llamados ruido) hasta la creación de múltiples figuras que no representan el objeto escaneado una vez realizado el proceso de digitalización.

La industria computacional ha buscado múltiples soluciones a estos inconvenientes y hasta ahora realizar un escaneo exhaustivo punto a punto y el uso de filtros de ruido ha logrado mitigar estos inconvenientes. Lo cierto es que dichos procesos causan altos tiempos de espera, necesidades de hardware computacional especializado y costos elevados al contar con procesamientos de alto nivel.

Actualmente, existen algoritmos que permiten tomar puntos de una nube aleatoria y resolver las ecuaciones que dichos puntos describen en el espacio, obteniendo así los parámetros que se necesitan, lo que también se entiende por tomar la figura correcta que representa el objeto físico. Pero, aunque éstos parámetros suelen arrojar resultados acordes a lo esperado, en aquellos procesos en los cuales la precisión debe ser muy alta, los resultados fallan.

Ante los problemas mencionados anteriormente, se plantea como objetivo de trabajo de grado la **Optimización del algoritmo de parametrización de cilindros a partir de una nube de puntos** para obtener resultados dentro de un rango de aceptación definido en el ajuste de curvas, aplicando métodos numéricos y algoritmos computacionales que permitan una figura geométrica más precisa sin necesidad de escaneos punto a punto.

Para realizar dicha parametrización, se procesan y analizan nubes de puntos buscando optimizar los métodos de digitalización y escaneo existentes actualmente.

Para lograr dicho fin, se usan 2 sets de datos que representan cilindros. El primer set corresponde a dos cilindros que comparten 5 puntos de su geometría, pero el eje y dirección difieren en cada caso. El segundo corresponde a un neumático escaneado. En ambos casos, el objetivo es lograr simular el cilindro que mejor se ajuste a cada set de datos obteniendo el mínimo error permitido.

El procedimiento empleado consta de tres etapas principales.

1. Parametrización: Se busca conocer los posibles cilindros formados entre los puntos, los ejes de dirección y los radios. Se usan 5 puntos como cantidad mínima necesaria.
2. Filtrado y suavizado del ruido: Se hace para cada cilindro encontrado con el fin de descartar figuras que no cumplan los requerimientos de precisión. Este proceso aumenta la fiabilidad y similitud del objeto digital con el objeto real y, para esto, existen diversos filtros de eliminación de ruidos en sets de datos. El método de filtrado y suavizado del ruido utilizado para el desarrollo del proyecto es RANSAC.
3. Ajuste de curvas con un método no lineal para obtener un único cilindro que se ajuste de la manera más acertada a la figura buscada, el método elegido es Levenberg-Marquardt.

Los resultados del algoritmo en ambos sets de datos mostraron gran precisión en el ajuste de curvas y la definición de cilindros con 5 de los puntos que los conforman. Se observó un incremento en la velocidad de parametrización comparándolo con el método tradicional, en el cual era imposible para algunas de las pruebas ya que con los puntos base no podían encontrar solución.

Palabras clave: *Cilindros, Ajustes de curvas, Parametrización, RANSAC, Levenberg-Marquardt, nube de puntos, parametrización,*

ABSTRACT

The scan and processing of 3D models is automatic thanks to the evolution of digitalization technologies and image processing. This process allows us to obtain models and 3D images, the information used to generate this models could be very detailed even at the point to contain, materials, densities frictions, and many other data.

Inside the shapes that are used frequently to make scans and object analysis of 3D forms, the cylinders are part of the most recognized either they are uniform or not. This occurs due to the facility the cylinders have to model real life objects such as tires, pipes, fractals, trees and even basic geometry figures. Although this are very basic forms, at the moment of scanning and digitalizing, many precision problems are encountered being outliers one of them (sometimes called noise) and even the creation of multiple objects that don't fit the searched figure.

The computational industry have been searching multiple solutions to the inconvenient mentioned before, some of the solutions are an exhaustive point to point scan, and the use of noise filters. On the other hand this processes cause big waiting times, and very expensive hardware needs at computational level.

The actual algorithms can take points from a random cloud and solve the equations that those point describe, obtaining the parameters of the function, also known as describing the correct form for the physical object that is being simulated; although this results can show data according to what is expected, in those processes which precision should be very high, the results fail.

Related to the problems discussed early in this study, the objective of this project will be the **Optimization of the Cylinder parametrization algorithm from a point cloud** to obtain results between an expected and acceptable range defined by the curve adjustment, applying numerical methods and computational algorithms that allow a more precise geometric shape without the need of a point to point scan.

To achieve this parametrization, the point cloud is processed and analyzed searching for an optimization in the actual digitalization and scanning process. The way to proceed is taking two sets of data that represent cylinders, the first set corresponds to two cylinders that share 5 points of their geometry, but with different axis and direction. The other set of data is from a scanned tire. In both cases the objective is to simulate the best fitting cylinder for each of the data sets, with the minimum error.

The procedure has 3 main phases:

1. Parametrization: Search for the possible cylinders formed with the point cloud, their axis and direction. The minimum quantity of points required is 5.
2. Smoothing and filtering of noise: It is done for each cylinder found in order to discard figures that do not meet the accuracy requirements. This process increases the reliability and similarity of the digital object with the real object and, for this, there are several noise elimination filters in data sets. The noise filtering and smoothing method used for the development of the project is RANSAC.
3. Adjustment of curves with a non-linear method to obtain a single cylinder that fits in the most appropriate way to the figure sought, the method chosen is Levenberg-Marquardt.

The results of the algorithm in both sets of data showed great precision in the adjustment of curves and the definition of cylinders with 5 of the points that make them up. An increase in the speed of parameterization was observed, comparing it with the traditional method, in which it was impossible for some of the tests since with the base points they could not find a solution.

Key-Words: *Cylinders, Curve adjustments, Parameterization, RANSAC, Levenberg-Marquardt, point cloud, parameterization,*

INTRODUCCIÓN

La visión artificial consiste en procesar, adquirir y analizar imágenes tomadas del mundo real con el fin de producir información numérica para ser procesada por una máquina (Madrid, 2009). La visión artificial ayudada por la computación gráfica, permite entender el entorno en el que vivimos al generar soluciones acordes a las necesidades de un mundo en constante crecimiento tecnológico (Shakarji, 1998). Uno de los principales objetivos de la computación gráfica es lograr digitalizar aquello que se encuentra en el mundo físico de la manera más acertada posible. Generalmente, la transformación de los objetos del mundo real al computacional se hace a través de la digitalización y escaneo de dichos objetos, sin embargo, este proceso evidencia limitaciones debido al ruido presente en los modelos y la poca precisión que se alcanza en la mayoría de los casos.

El mundo como lo conocemos hoy en día es un mar de información de dimensiones inmensurables, por lo cual tareas que antes se podían desarrollar a manos de una persona o muchas, hoy en día no son posibles debido al alto procesamiento de información que requieren, la creación y obtención de información de modelos 3d es un claro ejemplo y debe ser realizada por una computadora debido a que está formado por miles e incluso millones de puntos cada uno con información referente al mismo, la cual le tomaría a una persona muchos años en replicar mientras que la computadora lo hará en cuestión de días, por esto mismo es importante la fiabilidad y precisión con la que se digitalizan o modelan las cosas ya que son las que en estas se basan los resultados después de extensos análisis, incluso técnicas alternativas avanzadas presentan varios inconvenientes como nos lo explica Chengbo Li en su estudio acerca de la técnica de CS para procesamiento de imágenes 3D donde nos expone claramente que el ruido y los deficientes algoritmos para procesamiento de estas imágenes, generan desfases y retrasos en los proyectos referentes al campo de la matemática computacional (Li, 2011).

Al digitalizar adecuadamente un objeto ignorando o eliminando el ruido presente en el escaneo, se pueden lograr grandes avances en la visión artificial, ya que se logra analizar datos con mayor confianza y tomar decisiones basadas en los resultados de manera clara y segura. Si se logra aumentar la precisión al parametrizar los cilindros de una nube de puntos y asegurar una única solución, se obtendrán aproximaciones acordes a las especificaciones esperadas del objeto (Congote et al., 2010).

El método más común para la digitalización de alta precisión que existe actualmente es el del escaneo y análisis de nubes de puntos. Este método consta de un grupo de vértices en un conjunto de coordenadas tridimensionales y un conjunto de representaciones de la superficie externa del objeto a analizar (Madrid, 2009). Lo

cierto es que este tipo de parametrización de cilindros, además de no arrojar una respuesta única, los posibles parámetros entregados de cada cilindro pueden arrojar un margen de error bastante alto al no elimina el ruido que trae consigo un escaneo 3D (Zsombor-murray & Fashny, 2006).

A principios de este año FARO technologies hizo el lanzamiento de su nuevo escáner de 8 ejes FARO 8-Axis Quantum ScanArm, el cual con un cabezal de escaneo y un láser de alta precisión permiten el escaneo de miles de piezas con gran facilidad, al poder posicionar el cabezal en las zonas donde el láser no logra alcanzar o viceversa (FARO Technologies, 2018). Pero incluso estas herramientas, con la tecnología más avanzada hasta el momento, han presentado y manifestado problemas e inconvenientes a la hora de escanear objetos. Uno de ellos se presenta en el procesamiento de los datos en donde es muy común que, para escanear un objeto por completo, se deba pasar el escáner varias veces sobre la misma superficie. Ya sea por rugosidad o complejidad del objeto, este proceso se hace con el fin de obtener la mayor cantidad de puntos que pertenezcan a la figura para evitar agujeros o espacios vacíos en el modelo 3D. Al realizar este proceso varias veces se presentan puntos no deseados fuera del objeto y este tipo de datos son llamados ruido ya que generan errores a la hora de obtener la verdadera forma escaneada.

Existen múltiples métodos de eliminación de ruido, entre ellos RANSAC, que ayudan a solucionar este problema, pero lo cierto es que pueden surgir puntos duplicados o solapados sobre el objeto, generado por haber escaneado múltiples veces la misma zona y para eliminar este problema existen muy pocos métodos eficientes (en cuanto software) ya que los puntos solapados son idénticos entre sí.

En la investigación a realizar se pretende tomar los puntos de la nube que forman el objeto, con un método que consiste en eliminar gran parte del ruido generado por el escaneo, y usando el método actual de parametrización se obtienen resultados acordes a las especificaciones aún con márgenes de error alto. Por esta razón se aplica el algoritmo de corrección de desfase y ajuste de curvas, el cual permite obtener resultados más confiables.

En lo expresado anteriormente se puede entender que realizar el algoritmo de parametrización es realmente necesario para suplir las necesidades de las organizaciones, en donde se necesita mayor confiabilidad en los resultados que arrojan los escaneos de sus objetos de estudio (Woo, Kang, Wang, & Lee, 2002). Es de vital importancia además crear conocimiento necesario para el campo de la visión artificial, en donde se puede implementar el algoritmo que se desea modelar, en situaciones como el diseño y renderización de imágenes tomadas de escáneres, las trayectorias a seguir para realizar patrones óptimos utilizados en las impresiones 3D o en la optimización de programas computacionales ya existentes.

1. PRELIMINARES

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se entiende por computación gráfica al campo de la informática en el que se utilizan computadoras tanto para generar imágenes visuales de forma sintética como para integrar o cambiar la información visual y espacial probada del mundo real (Ruiz, Congote, Acosta, & Cam, 2014). En este campo se busca, en muchas ocasiones, llevar la realidad a un medio digital con la mayor exactitud posible. Uno de los métodos más comunes y recurridos en estos casos es el escaneo y análisis de nubes de puntos, las cuales, son un grupo de vértices en un conjunto de coordenadas tridimensionales y representaciones de la superficie externa de un objeto (Madrid, 2009).

El constante crecimiento del volumen de datos que se producen diariamente en situaciones cotidianas como lo son las redes sociales, los videos vistos, las compras online entre muchos más ejemplos, requieren un mayor procesamiento en volumen de información, lo mismo sucede a la hora de analizar objetos reales y sus características, los sentidos humanos se encuentran limitados para estos análisis ya sea por cuestiones físicas o de tiempo, por lo cual es necesario recurrir a computadoras para dichas tareas, para lograr que las computadoras puedan realizar los estudios requeridos, es necesario que los objetos se puedan llevar a un entorno digital de manera óptima. Los sistemas de adquisición de imágenes tridimensionales se han vuelto una tecnología más asequible con la comodidad de las cámaras electrónicas, al mismo tiempo el hardware de procesamiento grafico capaz de mostrar modelos 3D complejos está disponible para un porcentaje más alto de la población; Sin embargo la mayoría de estas tecnologías nuevas mejoraron su hardware con escáneres de láser, luces estructuradas y “tiempos de vuelo”, pero siguen el mismo flujo de operaciones algorítmicas básico, el cual aún posee muchos errores (Rushmeier, 2002).

En muchos casos se puede llegar fácilmente al resultado del escaneo cuando se sabe el orden de los puntos presentes en la nube al poder formar las caras de una malla o lo que se podría entender como el orden de unión para la superficie del objeto (Shah, Bennamoun, & Boussaid, 2017). Otro factor que influye mucho en la calidad del resultado es el ruido o los puntos no deseados que surgen en el sistema, lo cual es muy común y recurrente a la hora de almacenar los datos generados en el escaneo (Ćurković & Vučina, 2014). La reducción del ruido es un tema muy costoso a nivel de hardware y software, por lo cual se opta por ignorarlo y no eliminarlo, a la hora de tomar los puntos de interés, aunque no siempre es la mejor alternativa (Liu & Xiao, 2015). Una manera eficiente de ignorar el ruido es tomar la nube como un gran grafo y segmentar los datos en un esqueleto enumerado, con esto se sabe el orden en el que se agrupan los puntos y su distancia de unos con otros. Los puntos que superan la distancia media cuadrática serán ignorados por el escáner al encontrarse alejados del grupo (Bucksch & Lindenbergh, 2008).

El problema específico en cuanto a nubes de puntos y asimilación de las mismas se encuentra a la hora de obtener el tiempo de cambio y desgaste que se ha acumulado en las estructuras que modelan dichos puntos. Este problema se encuentra enfocándose específicamente en estructuras cilíndricas (Lukács, Martin, & Marshall, 1998). En estos momentos existe un método desarrollado por Zsombor-Murray el cual consiste en asimilar

cilindros en una nube de puntos y generar, a partir de éstos, 6 cilindros apropiados en direcciones o radios diferentes. Este método dio un gran paso a la computación gráfica para la solución de este tipo de problemas, pero, a su vez, la creación de éstos cilindros es su gran falencia al no poder reducir la cantidad de cilindros a uno que genere una única solución correcta, sumándole a esto el hecho de que los parámetros tienen gran inexactitud para ciertos campos de la industria en los que se deben usar parámetros con errores mínimos (Zsombor-murray & Fashny, 2006).

Hoy día, las empresas petrolíferas necesitan la estimación certera de los cilindros en sus oleoductos para no tener faltantes o excedentes en la materia prima que utilizan en la construcción de éstos y, a su vez, tener las simulaciones exactas de toda la red de distribución (Patil, Holi, Lee, & Chai, 2017). Otra posible aplicación en la industria se atribuye en las empresas de fabricación de neumáticos europeos ya que necesitan reconocer cuándo una llanta se debe cambiar para la época de invierno según su desgaste. Ambas problemáticas se pueden resolver teniendo la representación adecuada de los oleoductos o de las llantas contando con un margen de error aceptable para cada compañía (Chu, Song, & Luo, 2006).

En conclusión, la correcta parametrización de los cilindros en distintas nubes de puntos es un paso hacia el futuro de la digitalización de nuestro entorno y, por consiguiente, el procesamiento y análisis certero de la realidad (NASA, 2017). Se plantea entonces la necesidad de abstraer de la realidad los eventos a estudiar aplicando métodos numéricos y algoritmos computacionales dando paso a la gran incógnita de ¿cómo parametrizar cilindros a partir de una nube de puntos para obtener resultados dentro de un rango de aceptación definido en el ajuste de curvas?

1.2 OBJETIVOS DEL PROYECTO

1.2.1 Objetivo General

Proponer la parametrización de cilindros a partir de una nube de puntos para obtener resultados dentro de un rango de aceptación definido en el ajuste de curvas.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Implementar un algoritmo que seleccione los puntos correspondientes al cilindro en la nube de puntos.
- Obtener los parámetros del cilindro que contenga los puntos iniciales que lo forman.
- Implementar un algoritmo que ajuste las curvas de los parámetros encontrados
-

1.3 MARCO DE REFERENCIA

1.3.1 Antecedentes

El problema de la parametrización de cilindros ocurre frecuentemente en la computación gráfica; sin embargo, la solución a este problema en particular no es un tema muy abarcado. En esta investigación se buscó antecedentes sobre la parametrización de cilindros en bases de datos y artículos científicos con identificación IEEE, Q1 o Q2, de los cuales solo se encontró un resultado que daba base a la investigación propuesta. Se encontraron diversos resultados sobre parametrización, nubes de puntos y ajustes de curvas en investigaciones separadas, pero no información sobre parametrización de cilindros con 5 puntos, siendo éste el tema que se abordará.

El último trabajo enfocado en la parametrización de cilindros con 5 puntos se hizo en el 2006, el cual consistía en lograr conseguir los 5 parámetros esenciales de un cilindro partiendo desde una nube de puntos generada previamente del objeto. En este trabajo Zsombor-Murray y Fashny (2006) propusieron tomar una superficie cuadrática definida en la nube para después descomponer los puntos en grafos y sectorizarlos según su distancia de unos con otros obteniendo los parámetros. El problema se da cuando, en una superficie cuadrática general que se define exclusivamente en nueve puntos proporcionados linealmente independientes, pueden generarse cuadrículas especiales y posiblemente degeneradas en menos, si se aplican ciertas restricciones implícitas o explícitas. Por ejemplo, se pueden generar coeficientes de la ecuación implícita de una esfera única con cuatro puntos dados y cinco ecuaciones de restricción; la esfera es especial pero no degenerada.

Este método sólo abarca un caso específico expresado como una disposición arbitraria de cinco puntos dados para definir inequívocamente hasta seis cilindros de revolución sobre ellos. Un enfoque basado en las restricciones geométricas relativas a la distancia entre dos puntos elegibles en la superficie produce un sexteto univariable en uno de los números de dirección del eje del cilindro. Se eliminan tres variables lineales de las cinco limitaciones de segundo orden formuladas inicialmente. Se produce un par intermedio de ecuaciones cúbico y cuadrático los cuales contienen los tres números de dirección axial homogéneos. La proyección de los puntos dados en cualquier plano normal revela que las cinco imágenes proyectadas se encuentran en un círculo (Zsombor-murray & Fashny, 2006).

Aunque el único intento de parametrizar cilindros ha sido el concebido por Zsombor y Murray, existen múltiples casos que evidencian la falta y necesidad de solucionar el problema que surge al digitalizar o simular, con alta precisión, objetos de la vida real. Esto se evidencia en el artículo de Salmeri (M. Salmeri, A. Mencattini, E. Ricci and A. Salsano, 2001), quien habla sobre la importancia de un escaneo apropiado y preciso a la hora de digitalizar y clasificar las células cancerígenas presentes en las glándulas mamarias, en donde se convierten en factores de vital importancia detalles como pequeñas irregularidades o texturas extrañas presentes en el tejido, diferenciando células benignas y malignas (Salmeri, Mencattini, Rabottino, Accattatis, & Lojacono, 2008).

El campo de la medicina no es el único que, a través de los años, ha presentado problemas e inconformidades con respecto al tema de la digitalización y simulación. La industria manufacturera encargada de fabricar repuestos para telares mecánicos tiene la necesidad de crear piezas y tornillos con formas geométricas no básicas, lo que genera que el escaneo no se haga correctamente. La solución temporal que plantea Prieto et al. (2000) es crear figuras geométricas básicas y, con estas, hacer un ajuste lineal para aproximar dicha figura a la requerida. Empero, el mismo Prieto expresa su inconformidad con el método, porque los telares causan mucha vibración y es necesario que las piezas sean exactas y aproximadas para evitar que las piezas se aflojen por la vibración del telar.

Se han reportado casos en los cuales las investigaciones no se han podido concluir al no poder digitalizar objetos correctamente. Se puede tomar como ejemplo el caso del microscopio digital que se intentó hacer en la Universidad Nacional de Colombia, donde no se pudo llegar a una solución certera al no saber cómo se debían transmitir los datos a la computadora para que ésta los representara gráficamente. Los modelos matemáticos capaces de representarlo eran demasiado lentos y complejos, por lo cual no servían ya que los microorganismos a digitalizar morían antes de que el algoritmo terminara de recolectar y ajustar los datos. Estos motivos llevaron a que la investigación nunca fuera concluida (Romero, Gómez, & Iregui, 2007).

El algoritmo de Zsombor ha sido el último y único método usado en la industria para solucionar el problema presentado aun conociendo la cantidad de errores e ineficiencia que presenta, se entiende entonces que es de vital importancia adaptar y mejorar el algoritmo que permita obtener resultados que puedan ser aceptados y signifiquen una mejora para los procesos en los que se utiliza.

1.3.2 Marco Teórico

1.3.2.1 Algoritmo de supresión de Ruido

Los algoritmos de supresión de ruido también conocidos como filtros consisten en aplicar una transformación a una imagen o modelo digital completo, o a una parte de ella, por medio de un operador, normalmente denominado matrices de transformación. Los filtros son clasificados de diferentes maneras dependiendo de la aplicación específica que se requiera. Los filtros lineales son eficientes para remover ruido Gaussiano, pero tienen mal desempeño con ruido impulsivo, en este trabajo se usarán filtros no lineales los cuales son diseñados para suprimir ruido que proviene de múltiples fuentes, y a su vez mantienen los detalles finos del objeto original, siendo capaces de remover el ruido impulsivo (Pitas I, 1990).

- **Inliers:** Los inliers son definidos como los datos que encajan y están definidos por el modelo elegido, en otras palabras, los datos que pertenecen al modelo y no son ruido.
- **Outliers:** Datos atípicos que no pertenecen al modelo, también son conocidos como “Datos atípicos” o “Ruido”.

La adaptación y corrección del algoritmo se planea lograr a través de la toma de puntos iniciales que cumplan con las condiciones necesarias usando el método de RANSAC para estimar un modelo matemático a partir de un conjunto de datos que no contenga valores atípicos (Tran, Cao, & Laurendeau, 2015).

1.3.2.2 Parametrización de curvas

La definición más sencilla de curva que se puede encontrar es la de una deformación de un intervalo, pero para este proyecto tomaremos una definición un poco más acorde al tema tratado, una curva es la imagen en el espacio de una determinada aplicación continua definida en un intervalo de números reales, con lo cual se concluye que una superficie curva es una deformación de determinada región del plano. Habiendo definido una curva ahora pasaremos a entender que es la parametrización de dicha curva, una curva parametrizada en R^3 es la imagen de una función continua que denominaremos S en una región cualquiera D que pertenece a R^2 , pero toma valores de R^3 , Las variables que seas independientes de la función S serán llamadas parámetros de la superficie y la función S es lo que se conoce como la parametrización de la superficie.

Al lograr obtener una nube de puntos sin ruido se toma una superficie cuadrática definida en la nube con la cual luego se obtienen los parámetros del cilindro. Este método solo abarca un caso específico, una disposición arbitraria de cinco puntos dados para definir inequívocamente hasta seis cilindros de revolución sobre ellos (Zsombor-Murray & Fashny, 2006).

1.3.2.3 Ajustes de Curvas

El ajuste de curvas busca encontrar una curva que contenga una serie de puntos, los cuales pueden poseer restricciones y propiedades adicionales, existen múltiples métodos de ajuste de curvas todos con un enfoque específico para casos diferentes, en este estudio se hará énfasis en el ajuste de curvas definido como Levenberg-Marquardt.

- **Levenberg-Marquardt:** Este algoritmo encuentra el Vector p que minimiza una función objetivo $J(p) = \sum d^2 I(p)$ donde si (p) es la distancia desde el punto x_i , A será la geometría definida por el vector de parámetros p (Croeze, Pittman, & Reynolds, 2012).

1.3.2.4 Escaneo tridimensional

El escaneo tridimensional se define como la recolección de coordenadas de un objeto 3D en una región definida de una manera automática, sistemática. Existen múltiples técnicas para el escaneo en 3D, en este proyecto solo mencionaran dos de ellas las cuales son:

- **Escaneo por Laser tradicional:** El escaneo por láser tradicional consiste en el uso combinado de un láser infrarrojo y una cámara, el láser se proyecta

directamente sobre el objeto que se desea escanear y la cámara procede a medir la cantidad de luz que refleja el láser en el objeto, y conociendo la distancia entre el objeto y el láser se usa un método de triangulación para saber la ubicación en el espacio del punto del objeto donde el láser se está reflejando

- **Escaneo por láser de tramas:** El escaneo por láser de tramas es una tecnología de punta presentada por FARO technologies inc, la cual consta de un brazo robot equipado con una esfera de tacto miniatura que puede capturar miles de puntos en una superficie, al pasar la micro esfera de 25μ alrededor de la parte escaneada y transmitiendo la información como la malla de puntos y coordenadas espaciales (Zsombor-murray & Fashny, 2006).

“En la actualidad, los escáneres 3D son herramientas de gran utilidad en el diseño en ingeniería. Estos equipos permiten obtener objetos virtuales óptimos para realizar todas las simulaciones requeridas en un proceso de diseño.” (Cock, 2000)

2. METODOLOGÍA

El procedimiento que se eligió seguir en este proyecto de investigación se conforma de varios pasos y etapas a seguir para el cumplimiento de los objetivos planteados al inicio del mismo; se compone de 3 etapas principales: Preparación, desarrollo y conclusiones.

2.1 CONTEXTUALIZACIÓN

La primera etapa del proyecto conto de la contextualización y entendimiento teórico y técnico, lo cual incluía la revisión de literatura e investigación con expertos en el tema, de la computación gráfica, la geometría, métodos numéricos y diferentes expresiones para los ajustes de curvas y uso de filtros de ruido en datos, entre otros conceptos que eran necesarios para tener las bases suficientes para la realización de este estudio; también se buscaron diferentes fuentes de datos de prueba y librerías que podrían ser de utilidad, según las recopilaciones hechas se decidió realizar el desarrollo del algoritmo en el lenguaje de programación C++ y Matlab (The MathWorks, 2017), debido a la experticia de los investigadores de este proyecto en estos lenguajes y las diferentes herramientas estadísticas y computacionales que prestaban.

C++ se eligió por la posibilidad de fácil integración con las librerías de OpenCV y OpenGL, las cuales de uso libre y corren en plataformas Linux, Windows y Mac OS X. OpenCV fue diseñado para tener alta eficiencia computacional y un enfoque en aplicaciones de tiempo real, tiene una optimización en arquitecturas Intel y es bueno para trabajar con tareas de múltiples procesadores (Gary Bradski, 2008).

Como opción de procesamiento grafico se eligió C++, pero la decisión de elegir Matlab se dio por su librería de multiplicación de matrices y capacidad de sacar las inversas de dichas matrices, además de su gran potencial de algoritmos matemáticos ya implementados, porque es claro que el objetivo de este proyecto no es diseñar ni crear filtros de ruido o ajustes de curvas sino optimizar el uso de los mismos para obtener mejores resultados en la parametrización de cilindros.

Se obtuvieron escaneos y modelos de varios neumáticos de prueba proveídos por INDG una empresa holandesa que desea hacer unos estudios relacionados con el desgaste de los neumáticos en el invierno de manera digital, este proyecto presenta un primer acercamiento a dicho objetivo que esta empresa busca por lo cual nos facilitaron los modelos para poder realizar los estudios sobre los mismos, los modelos fueron tomados con un escáner de luz de alta precisión usado también para el escaneo en las llantas de los aviones, se tomaron distintas muestras de neumáticos en múltiples estados, las muestras contenían neumáticos gastados, usados y nuevos, debido a las técnicas de aproximación que se usaron en el proyecto no era necesario un escaneo de 360 grados sino uno parcial, se decidió entonces tomar un octavo de la llanta.

2.2 PARAMETRIZACION DE CILINDROS:

2.2.1 Definición del Algoritmo de parametrización:

Después de tener claro cuáles de los sets de datos obtenidos eran útiles en las 3 clasificaciones que se definieron (Nuevos, Usados, Desgastados). Se decidió comenzar con la implementación del algoritmo propuesto por zsombor-Murray referente a la parametrización de los cilindros definida por 5 puntos en una nube, el primer paso de este método dicta que se deben escoger 5 puntos por los cuales pasará el cilindro generado, en vez de elegir los puntos de manera aleatoria se tomaron los puntos iniciales de prueba propuestos de la siguiente manera:

- Punto P: (3,0,0)
- Punto Q: (2,2,0)
- Punto R: (0,2,4)
- Punto S: (2,0,3)
- Punto O: (0,0,0)

La decisión de estos puntos viene de la facilitación matemática que nos presta la suposición de que uno de los puntos se encuentre en el origen. No hay pérdida en la generalidad de la ecuación al asumir que el punto O se encuentra en el origen, además que P está en el eje x y Q en el plano z=0. Esto nos da el resultado de los puntos de la siguiente manera:

$$[O \ P \ Q \ R \ S] = \begin{bmatrix} 0 & p_1 & q_1 & r_1 & s_1 \\ 0 & 0 & q_2 & r_2 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & r_3 & s_3 \end{bmatrix}.$$

habiendo aclarado que puntos se tomaron como prueba y el porqué, se comienza el proceso de parametrización basándonos en las cuatro ecuaciones simultáneas propuestas por Manfred Husty y Hans-Peter Schrockner de la universidad de Innsbruck:

$$(X \cdot a)^2 - 2a^2(X \cdot f) = 0 \quad (1)$$

La \mathbf{X} en la ecuación representa la posición del vector de posición respecto al Origen definido a estar en alguno de los puntos, en nuestro caso \mathbf{O} , \mathbf{a} es un vector desconocido que se encuentre apuntando en la misma dirección que el eje del cilindro buscado y todos sus generadores. La \mathbf{f} hace referencia al vector desde \mathbf{O} hasta el eje del cilindro y que es normal al vector \mathbf{a} (Zsombor-Murray & Fashny, 2006). Para obtener las seis incógnitas necesarias para el proceso, se plantean dos condiciones adicionales para completar las seis ecuaciones:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{f} = 0, \mathbf{a}^2 = 1 \quad (2)$$

Partiendo de estas ecuaciones formuladas anteriormente se logra obtener un set de ecuaciones para las seis incógnitas presentes en nuestra matriz de 5 puntos. Se reemplazan por los datos supuestos y se comienza a reemplazar (1) y (2) para lograr encontrar 5 ecuaciones sobre las 6 incógnitas, el proceso fue el siguiente:

$$\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T, \mathbf{f} = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T \quad (3)$$

Set de ecuaciones (5):

$$a_1 f_1 + a_2 f_2 + a_3 f_3 = 0$$

$$p_1^2 a_3^2 + p_1 a_2^2 - 2p_1(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)f_1 = 0$$

$$q_2^2 a_3^2 + q_1^2 a_3^2 + (q_1 a_2 - q_2 q_1)^2 - 2(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(q_1 f_1 + q_2 f_2) = 0$$

$$(r_2 a_3 - r_3 a_2)^2 + (r_3 a_1 - r_1 a_3)^2 - (r_1 a_2 - r_2 a_1)^2 - 2(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(r_1 f_1 + r_2 f_2 + r_3 f_3) = 0$$

$$(s_2 a_3 - s_3 a_2)^2 + (s_3 a_1 - s_1 a_3)^2 + (s_1 a_2 - s_2 a_1)^2 - 2(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(s_1 f_1 + s_2 f_2 + s_3 f_3) = 0$$

Eliminando f_1, f_2, f_3 del sistema de ecuaciones (4) se obtienen dos ecuaciones nuevas (5) para a_1, a_2, a_3 :

$$b_1 a_1 a_2 a_3 + b_2 a_1 a_2^2 + b_3 a_1 a_3^2 + b_4 a_3^3 + b_5 a_2 a_3^2 + b_6 a_1^2 a_2 + b_7 a_2^3 + b_8 a_1^2 a_3 + b_9 a_2^2 a_3 = 0$$

$$c_1 a_1^2 + c_2 a_2^2 + c_3 a_3^2 + c_4 a_2 a_3 + c_5 a_1 a_3 + c_6 a_1 a_2 = 0$$

Como aconseja El Fashny en su artículo de parametrización en vez de tomar \mathbf{a} como un vector unitario, como se implicaba en la ecuación (2), se toma $\mathbf{a}_3 = 1$. Las constantes de restricción presentes en (4) son netamente independientes en magnitud y sentido con respecto \mathbf{a} .

$$(b_6 a_2 + b_8) a_1^2 + (b_2 a_2^2 + b_1 a_2 + b_3) a_1 + (b_7 a_2^3 + b_9 a_2^2 + b_5 a_2 + b_4) = 0$$

$$c_1 a_1^2 + (c_6 a_2 + c_5) a_1 + (c_2 a_2^2 + c_4 a_2 + c_3) = 0 \quad (6)$$

Para la eliminación de a_1 como incógnita de nuestro sistema de ecuaciones, se obtiene una séxtupla invariante en términos de la a_2 como única incógnita:

$$D_1 a_2^6 + D_2 a_2^5 + D_3 a_2^4 + D_4 a_2^3 + D_5 a_2^2 + D_6 a_2 + D_7 = 0 \quad (7)$$

Posterior a la eliminación de dicha variable se encuentran 7 constantes que aún no han sido definidas $D_i \ i = 1, \dots, 7$ las cuales se definen por el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$\begin{aligned} D_1 &= d_1 d_2 - d_3^2 \\ D_2 &= d_4 d_2 + d_1 d_5 - 2 d_8 d_3 \\ D_3 &= d_9 d_2 + d_4 d_5 + d_1 d_6 - 2 d_7 d_3 - d_8^2 \\ D_4 &= d_9 d_5 + d_4 d_6 + d_1 d_{10} - 2 d_{11} d_3 - 2 d_7 d_8 \\ D_5 &= d_9 d_6 + d_4 d_{10} + d_1 d_{12} - 2 d_{11} d_8 - d_7^2 \\ D_6 &= d_9 d_{10} + d_4 d_{12} - 2 d_{11} d_7 \\ D_7 &= d_9 d_{12} - d_{11}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

A su vez donde las constantes $d_i \ i = 1, \dots, 12$ toman los valores:

$$\begin{aligned} d_1 &= c_1 b_2 - b_6 c_6 \\ d_2 &= c_6 b_7 - b_2 c_2 \\ d_3 &= c_1 b_7 - b_6 c_2 \\ d_4 &= c_1 b_1 - b_8 c_6 - b_6 c_5 \\ d_5 &= c_5 b_7 + c_6 b_9 - b_1 c_1 - b_2 c_4 \\ d_6 &= c_5 b_9 + c_6 b_5 - b_3 c_2 - b_1 c_4 - b_2 c_3 \end{aligned} \quad (9)$$

$$d_7 = c_1 b_5 - b_8 c_4 - b_6 c_3$$

$$d_8 = c_1 b_9 - b_8 c_2 - b_6 c_4$$

$$d_9 = c_1 b_3 - b_8 c_5$$

$$d_{10} = c_5 b_5 + c_6 b_4 - b_3 c_4 - b_1 c_3$$

$$d_{11} = c_1 b_4 - b_8 c_3$$

$$d_{12} = c_5 b_4 - b_3 c_3$$

Las 15 ecuaciones restantes para la resolución del problema son:

$$b_1 = 2q_2 r_2 (q_1 - r_1)$$

$$b_2 = q_2 r_3 (p_1 - 2q_1)$$

$$b_3 = q_2 r_3 (p_1 - 2r_1)$$

$$b_4 = q_2 [r_1 (r_1 - p_1) + r_2 (r_2 - q_2)] + q_1 r_2 (p_1 - q_1)$$

$$b_5 = r_3 [q_2 (q_2 - 2r_2) + q_1 (q_1 - p_1)]$$

$$b_6 = q_2^2 r_3$$

$$b_7 = q_1 r_3 (q_1 - p_1)$$

$$b_8 = q_2 [r_2 (r_2 - q_2) + r_3^2]$$

$$b_9 = q_2 [r_1 (r_1 - p_1) + r_3^2] + q_1 r_2 (p_1 - q_1) \quad (10)$$

$$c_1 = q_2 [r_2 s_3 (r_2 - q_2) + r_3 s_2 (q_2 - s_2) + r_3 s_3 (r_3 - s_3)]$$

$$c_2 = q_2 r_3 s_3 (r_3 - s_3) + q_1^2 (r_3 s_2 - r_2 s_3) + p_1 [q_2 (r_3 s_1 - r_1 s_3) + q_1 (r_2 s_3 - r_3 s_2)] + q_2 (r_1^2 s_3 - r_3 s_1^2)$$

$$c_3 = q_2 [p_1 (s_1 r_3 - s_3 r_1) + r_3 (s_1^2 + s_2^2) + s_3 (r_1^2 + r_2^2)] + (r_2 s_3 - r_3 s_2) [q_1 (p_1 - q_1) - q_2^2]$$

$$c_4 = 2q_2 r_3 s_3 (s_2 - r_2)$$

$$c_5 = 2q_2 r_3 s_3 (s_1 - r_1)$$

$$c_6 = 2q_2[r_3s_2(s_1 - q_1) + r_2s_3(q_1 - r_1)]$$

Estas ecuaciones nos permiten la resolución de las incógnitas ya que se encuentran completamente en términos de los 5 puntos conocidos que pertenecen al cilindro buscado.

2.2.2 Selección de puntos y supresión de ruido

Después de haber seguido, formulado y estructurado la parametrización de cilindros a partir de 5 puntos, se decidió implementar un filtro para el ruido presente en el modelo y para la selección de los 5 puntos iniciales con el método de RANSAC. RANdom SAmple Consensus es un algoritmo propuesto por Fischler y Bolles el cual se encarga de hacer aproximaciones a un modelo que contiene una cantidad considerable de Outliers o “ruido”, aunque existen varias técnicas de eliminación de ruido como cuadrados mínimos o estimadores-M que en muchos casos han sido usados en ámbitos de la computación gráfica, ninguno fue diseñado específicamente con ese propósito, a diferencia de RANSAC el cual fue pensado para estar optimizado en entornos gráficos y modelos 3D.

La principal razón por la que se eligió RANSAC para la solución propuesta es porque esta técnica se enfoca en una usar la mínima cantidad de observaciones posibles, es decir la menor cantidad de datos posibles, lo cual es muy conveniente en nuestro caso ya que se busca solo usar 5 puntos y no una nube de puntos completa, Fischler y Bolles resaltan que a diferencia de los métodos convencionales que buscan obtener la mayor cantidad de datos posibles para poder estimar la soluciones y sus valores atípicos, RANSAC usa la menor cantidad posible de un set de datos extenso.

RANSAC se lleva a cabo con los siguientes pasos:

- Selección aleatoria de un subconjunto del conjunto de datos, con la condición que sean suficientes para determinar los parámetros del modelo, los cuales en este caso son 5 puntos.
- Se resuelve para los parámetros del modelo.
- Determinar cuántos puntos de todo el set de puntos encajan en el modelo con una tolerancia ϵ .

- Si la cantidad inliers o valores que coinciden con el modelo excede un umbral τ , se reestiman los parámetros del modelo usando los inliers encontrados y se termina.
- En caso contrario, se repiten los pasos del 1 al 4 una cantidad máxima N
 - Nota: N es definido al inicio como un numero lo suficientemente grande en relación con la con los datos usados para poder aumentar la probabilidad de que al menos un set de datos no incluya ningún Outliers.

Para definir la probabilidad de tal manera que cumpla que el 99% de los casos se encuentre un modelo donde no haya Outliers y así poder definir bien el N, se representa u como la probabilidad de que algún punto sea un inlier y $v = 1 - u$ como la probabilidad de que un punto sea un outlier (Derpanis, 2010).

La fórmula usada para hallar N fue la propuesta en el artículo de Derpanis **Over view of the RANSAC Algorithm**:

$$N = \frac{\log(1 - p)}{\log(1 - (1 - v)^m)}$$

2.2.3 Ajuste de Curvas

Una vez obtenida una mejor aproximación a los parámetros del cilindro y una supresión del ruido, se procede a lograr el mejor ajuste de curva a estos, lo cual se logra con el método de Levenberg-Marquardt la implementación de este método se logra de la siguiente manera:

En el caso de este estudio se asume que se está ajustando un set de puntos $X_i, i = 1,2,3,4,5$ (En el caso general i podría tomar un valor hasta N, pero para este caso específico se necesitan solo 5 puntos).

El objetivo de Levenberg-Marquardt es encontrar un vector p que minimice una función objetivo, $J(p) = \sum_i^2 d_i(p)$, donde $d_i(p)$ describe la distancia entre la geometría definida por el vector de parámetros p y el punto x_i , en este caso se hace un enfoque en los cilindros en los cuales el procedimiento fue el siguiente:

$$p = (x, A, r)$$

x, A son vectores $x = (x, y, z), A = (A, B, C)$ con lo que se llega a $p = (x, y, z, A, B, C, r)$.

$$d_i(p) = f_i - r$$

Se hace una aproximación lineal de la función J de p :

$$J(p) \approx \hat{J}(p) = \sum (d_i(p_0)) + \nabla d_i(p_0) * p)^2$$

Se comienza con una primera suposición de un valor p_0 y se evalúa en el gradiente $\nabla d_i(p_0)$

Se calcula una dirección de búsqueda basada en $\hat{J}(p)$ dentro de los límites de la región conformada por el radio de confianza(este es definido según la curva que se esté ajustando) para buscar un nuevo punto p tal que $J(p_{nuevo}) < J(p_0)$ cuando esta condición se cumple entonces $p_0 = p_{nuevo}$.

De forma simplificada estos pasos fueron los que se hicieron durante varias iteraciones para encontrar la mejor aproximación, pero el algoritmo de Levenberg-Marquardt dicta que se deben seguir ciertas pautas y normas (Shakarji, 1998), lo cual es lo que lo diferencia de otros métodos, este algoritmo se basa en que la solución p^* de cada iteración, puede expresarse como:

$$p^* = p(\lambda) = -(F_0^T F_0 + \lambda D^T D)^{-1} F_0^T d(p_0)$$

- D es una matriz de pesos.
- $d_i(p_0)$ es el vector de residuos.
- λ es el parámetro Levenberg-Marquardt, debe cumplir $\lambda \geq 0$.

$$H = F_0^T F_0 + \lambda D^T D$$

$$v = F_0^T d(p_0)$$

Para el ajuste la curva de un cilindro con el método de Levenberg-Marquardt se realiza una pequeña modificación propuesta por Nash (John C, 1979), donde se define a $D^T D$ como la matriz identidad mas la diagonal de $F_0^T F_0$, como H es simétrico el siguiente sistema tiene solución usando la descomposición de Cholesky (Golub GH, 1983) (como no es el centro de este estudio no profundizaremos en el pero para mayor información sobre el mismo referirse a Matrix Computations).

Las fórmulas para la solución del cilindro son:

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 2 \sum (f_i - r) (f_i) x$$

$$\frac{\partial J}{\partial y} = 2 \sum (f_i - r) (f_i) y$$

$$\frac{\partial J}{\partial z} = 2 \sum (f_i - r) (f_i) z$$

$$\frac{\partial J}{\partial A} = 2 \sum (f_i - r) (f_i) A$$

$$\frac{\partial J}{\partial B} = 2 \sum (f_i - r) (f_i) B$$

$$\frac{\partial J}{\partial C} = 2 \sum (f_i - r) (f_i) C$$

$$\frac{\partial J}{\partial r} = -2 \sum (f_i - r)$$

3. Presentación y discusión de resultados

En esta sección se presentarán los resultados encontrados después de haber realizado el proceso descrito en la metodología.

3.1 EJEMPLO NUMÉRICO

Se presentan los resultados para los datos presentados en el paper de zsombor-Murray aplicando la selección de puntos y el ajuste de curvas además de la parametrización de cilindros.

Se desarrollaron dos versiones del código y el algoritmo, una optimizada computacionalmente en C++ y una con interfaz gráfica más orientada al usuario en MatLab, los resultados que se mostrarán en esta sección serán los obtenidos por la implementación hecha en MatLab, los resultados de la versión de C++ se podrán encontrar en los anexos.

Definir Puntos
Ajustar Cilindro Llanta

Cylinder Scale
5

Point P

X 3
Y 0
Z 0

Point S

X 2
Y 0
Z 3

Point Q

X 2
Y 2
Z 0

Point O

X 0
Y 0
Z 0

Point R

X 0
Y 2
Z 4

Ilustración 1. GUI Matlab Puntos Iniciales.

Los puntos iniciales para los cilindros (puntos compartidos) se grafican de color verde aguamarina y los puntos rojos hacen referencia a los puntos no compartidos por los cilindros, estos últimos se van encontrando durante la parametrización.

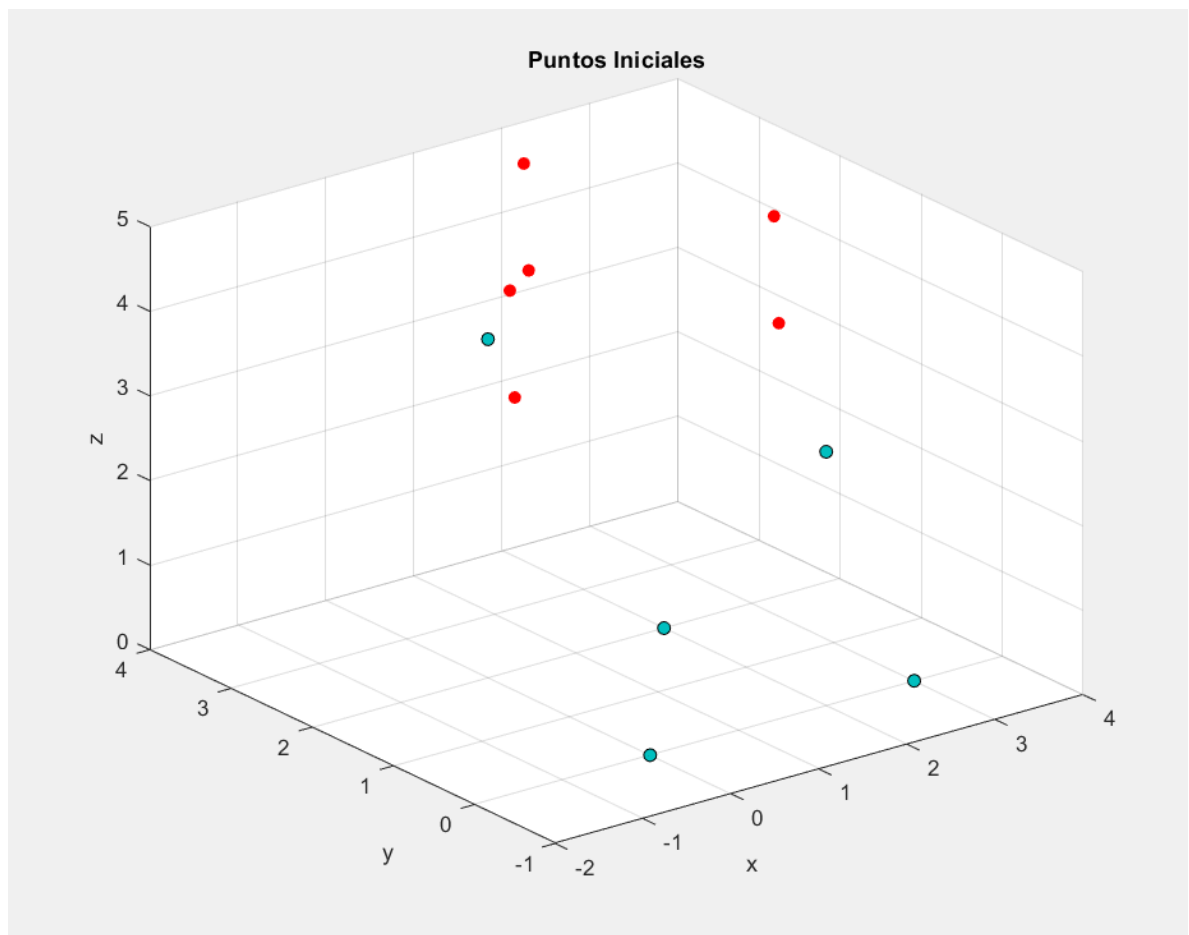


Ilustración 2. Vista en perspectiva de los puntos iniciales y hallados.

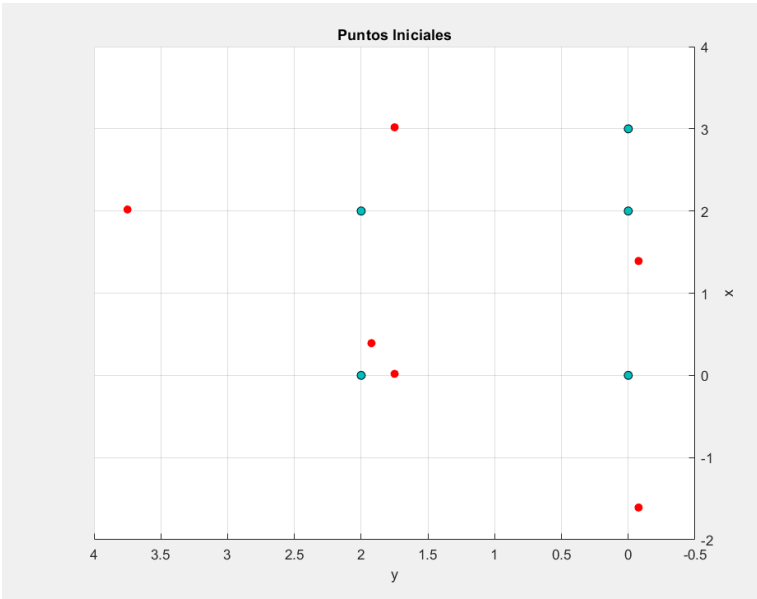


Ilustración 3. Vista superior de los puntos iniciales y hallados.

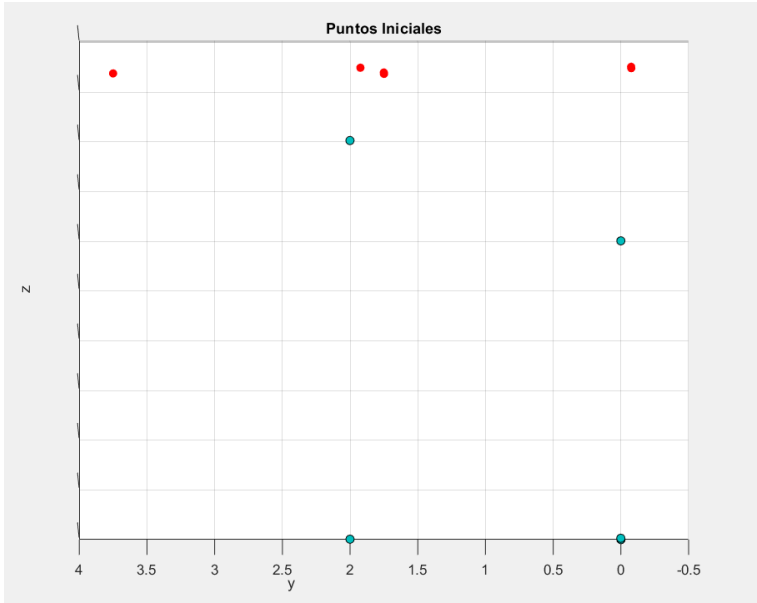


Ilustración 4. Vista lateral de los puntos hallados.

En el ejemplo desarrollado se obtuvieron 2 cilindros de 6 posibles como nos muestra la siguiente tabla de resultados:

Tabla 1. Resultados Parametrización

$a3$	$a2$	$a1$
1	0.3876994216	0.01221017201
1	2.079377226 + 1.357288502i	...
1	-1.32199443 + 0.3554442093i	...
1	-0.01630698077	-0.3397443430
1	-1.32199443 - 0.3554442093i	...
1	2.079377226 - 1.357288502i	...

4 de los 6 cilindros obtuvieron números imaginarios en el componente $a2$ del vector lo que evita la resolución de las ecuaciones para encontrar $a1$, por lo cual solo fue posible encontrar dos de los cilindros.

3.1.1 Cilindro #1

En las imágenes encontradas sobre el radio y el eje da la impresión de no ser un círculo, pero es debido a la escala en la que se encontraba la malla del visualizador de MatLab.

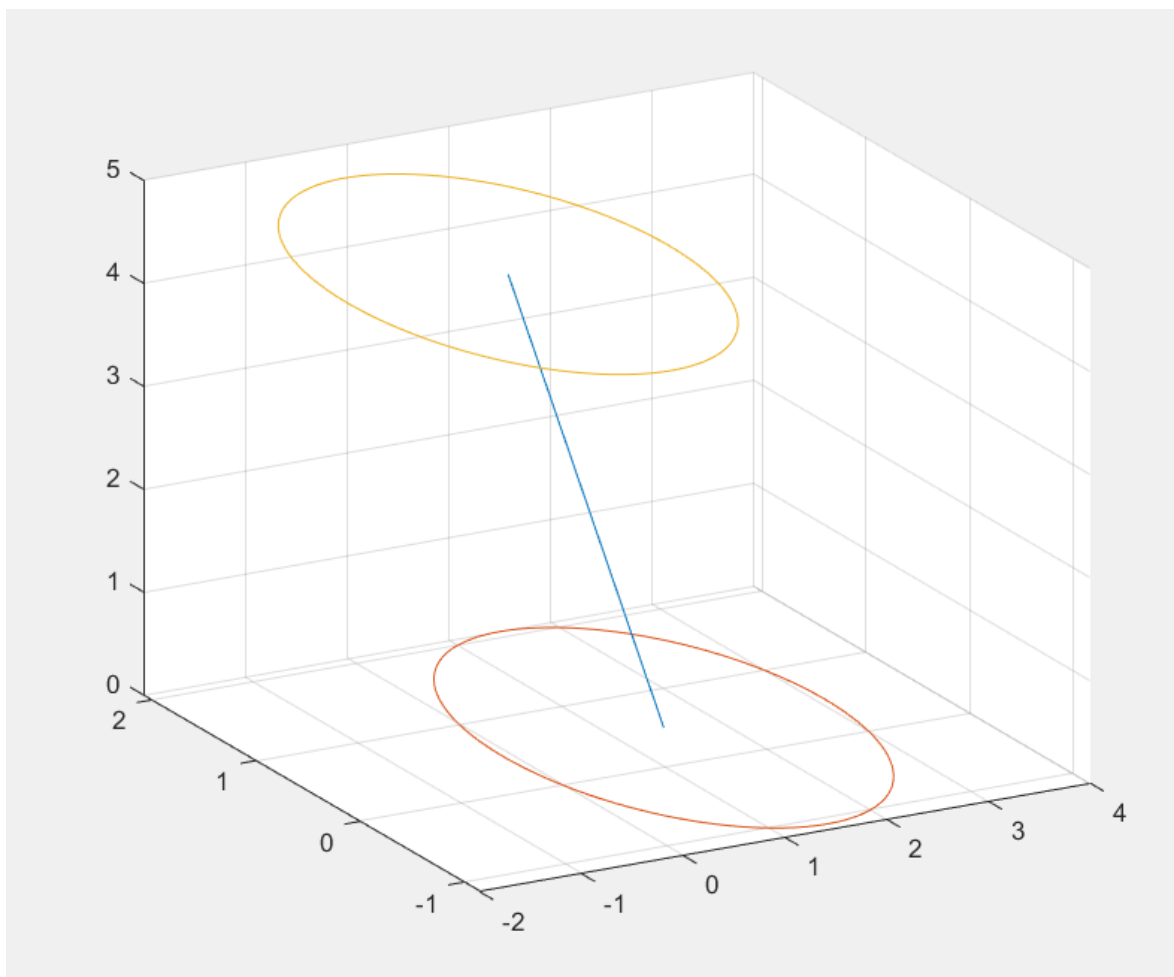


Ilustración 5. Radio y eje del cilindro #1 vista en perspectiva.

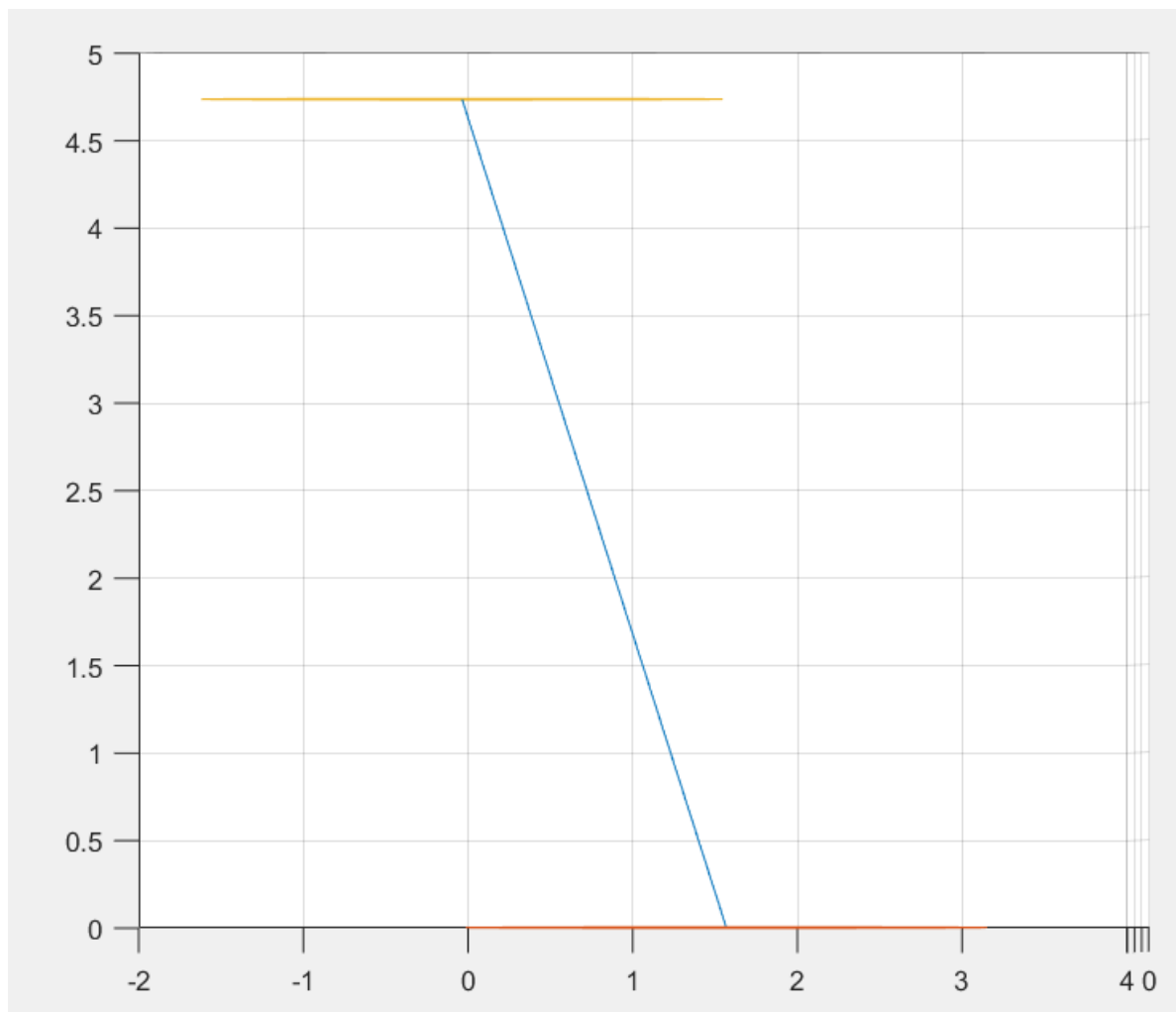


Ilustración 6. Radio y eje del cilindro #1 vista lateral.

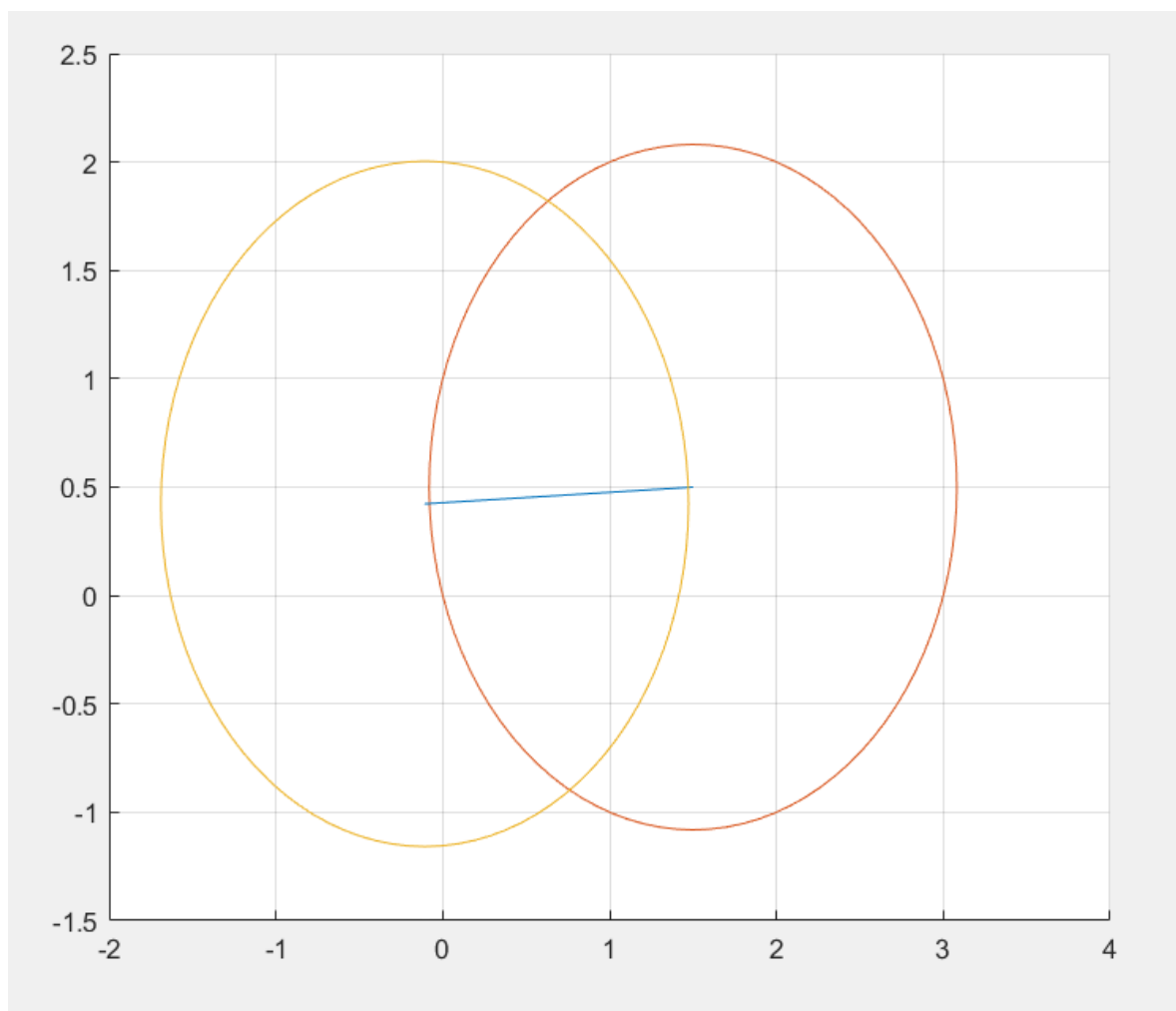


Ilustración 7. Radio y eje del cilindro #1 vista superior.

3.1.2 Cilindro #2

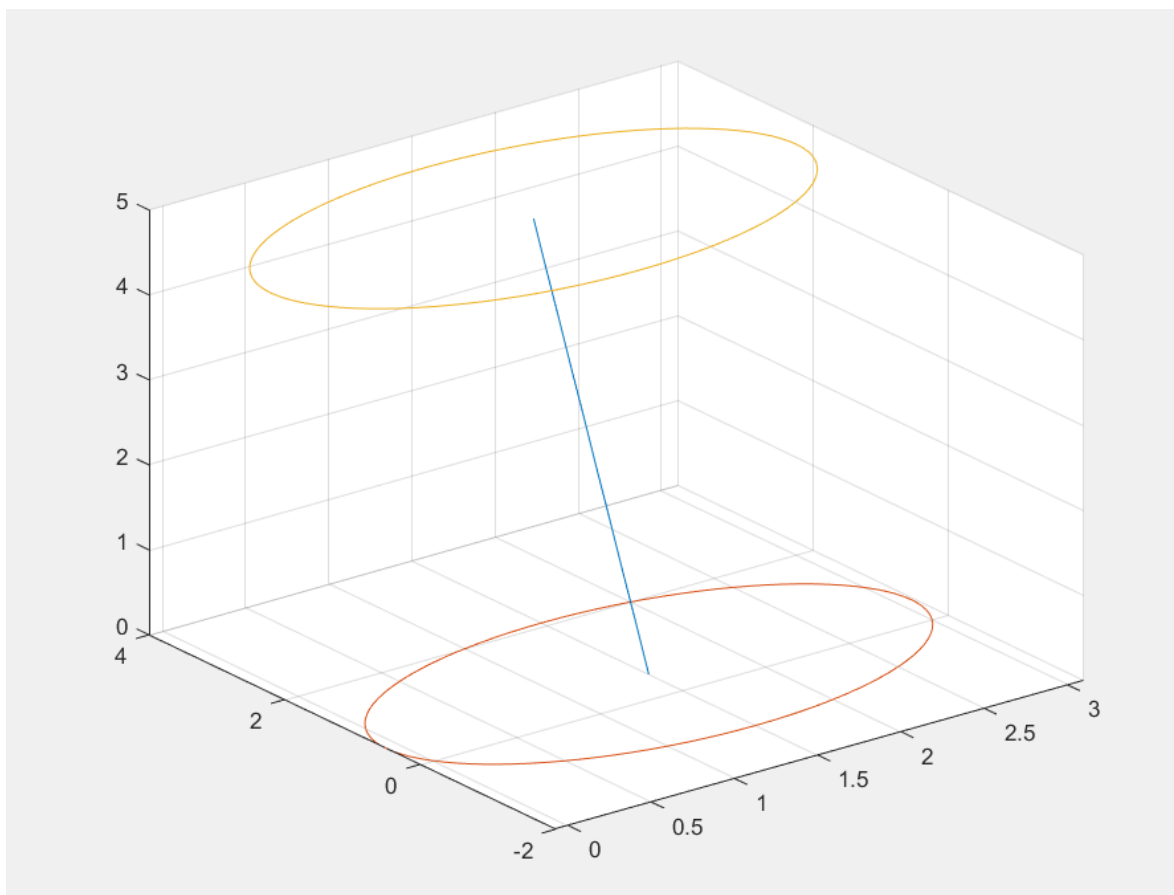


Ilustración 8. Radio y eje del cilindro #2 vista en perspectiva.

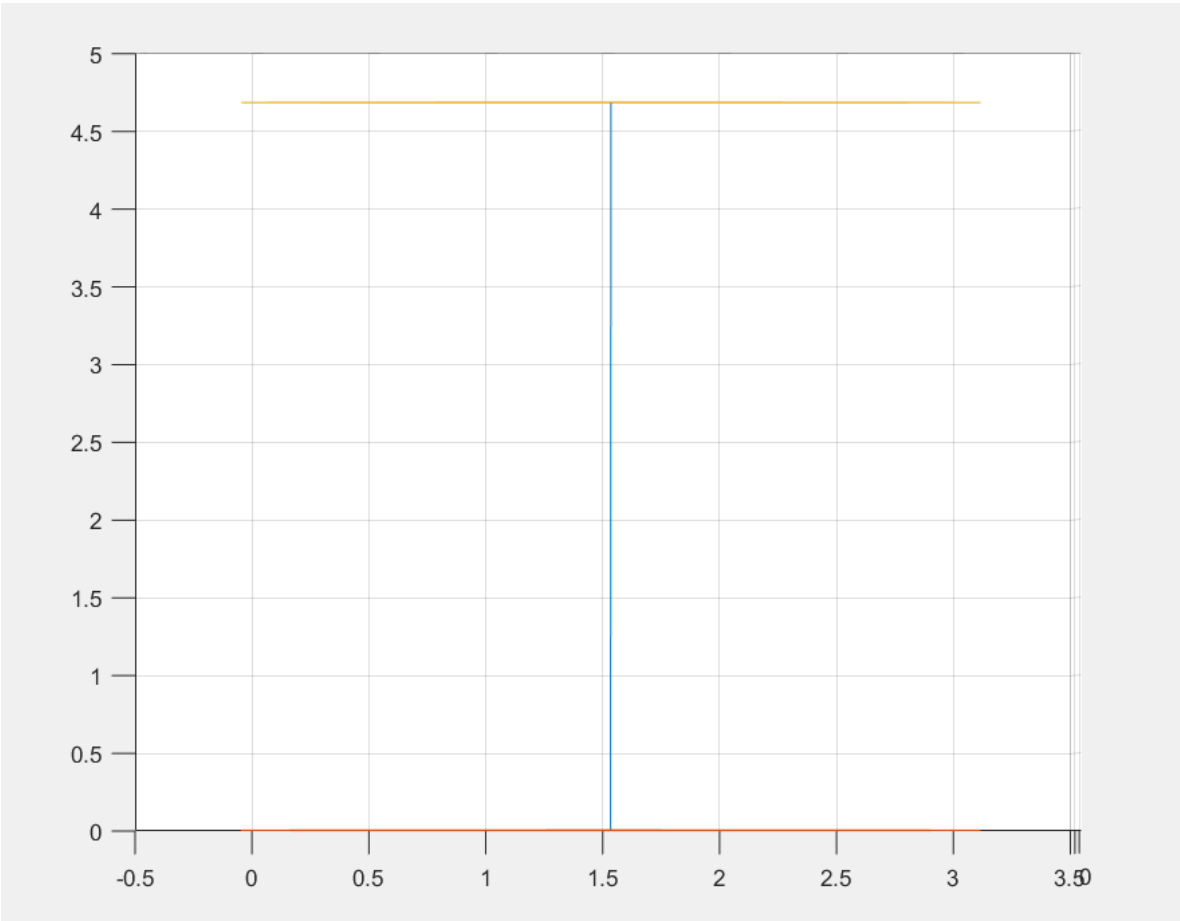


Ilustración 9. Radio y eje del cilindro #2 vista lateral.

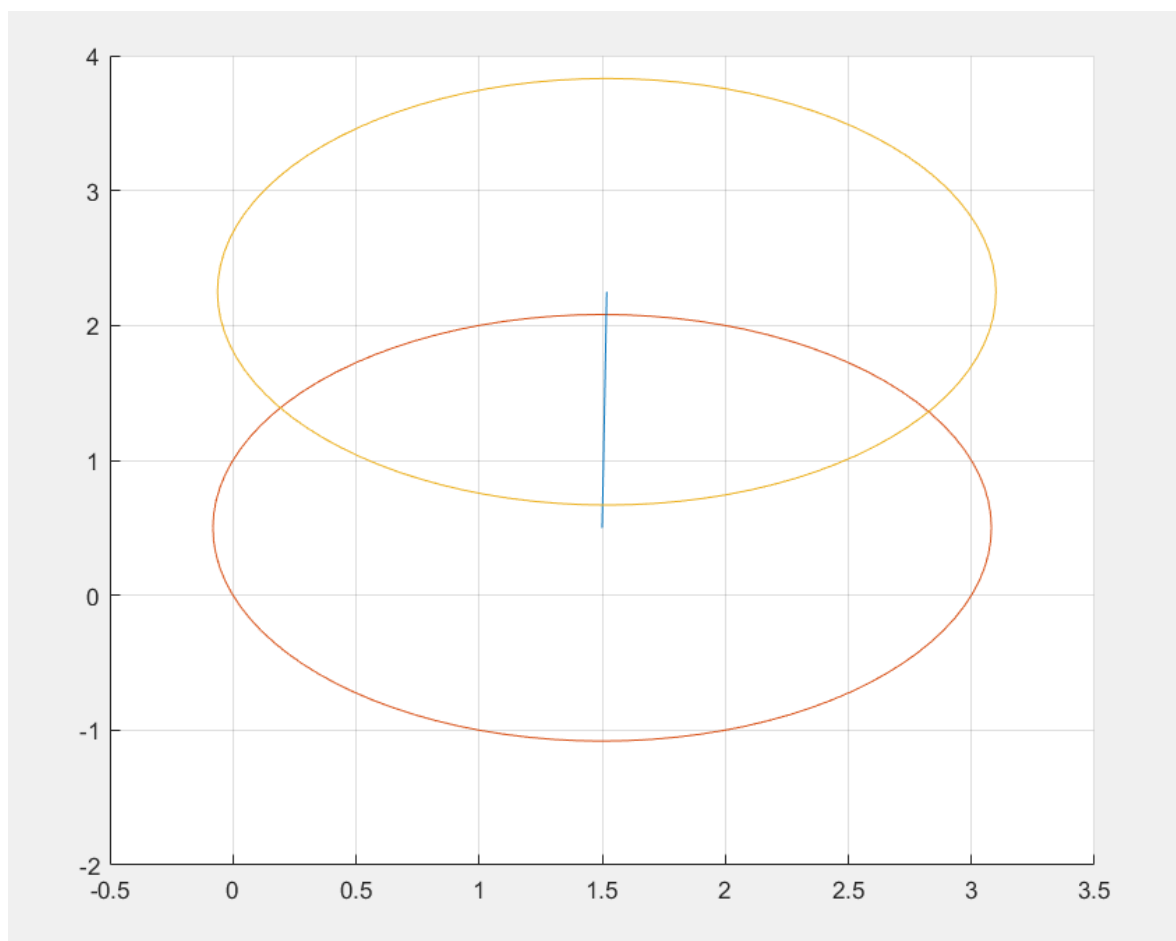


Ilustración 10. Radio y eje del cilindro #2 vista superior.

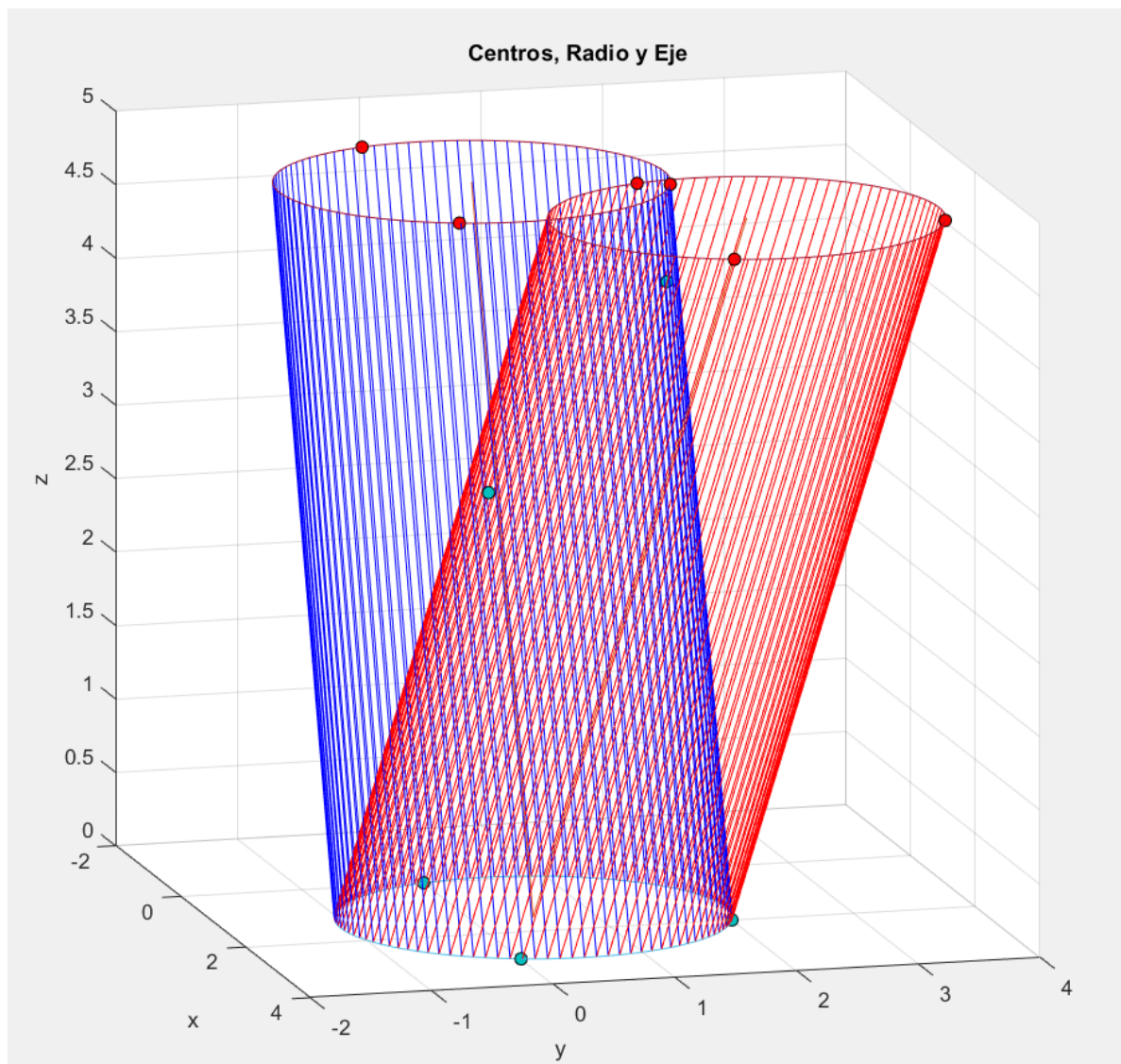


Ilustración 11. Modelo 3D Cilindros

Resultado final de los cilindros estimados en perspectiva.

se puede notar que los puntos verdes son compartidos por ambos cilindros y los rojos son independientes de cada uno.

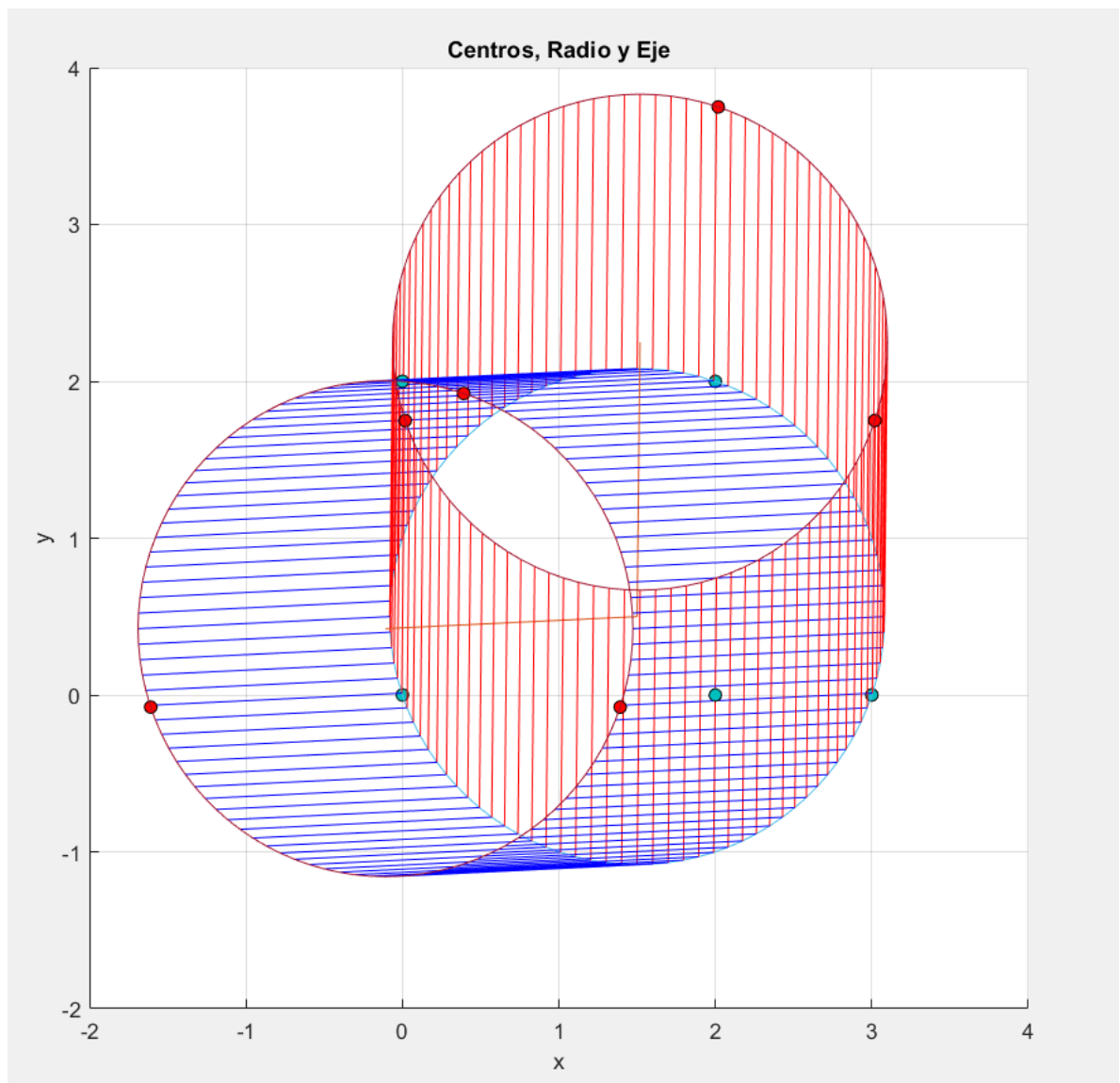


Ilustración 12. Vista superior de los cilindros.

Resultado final vista superior.

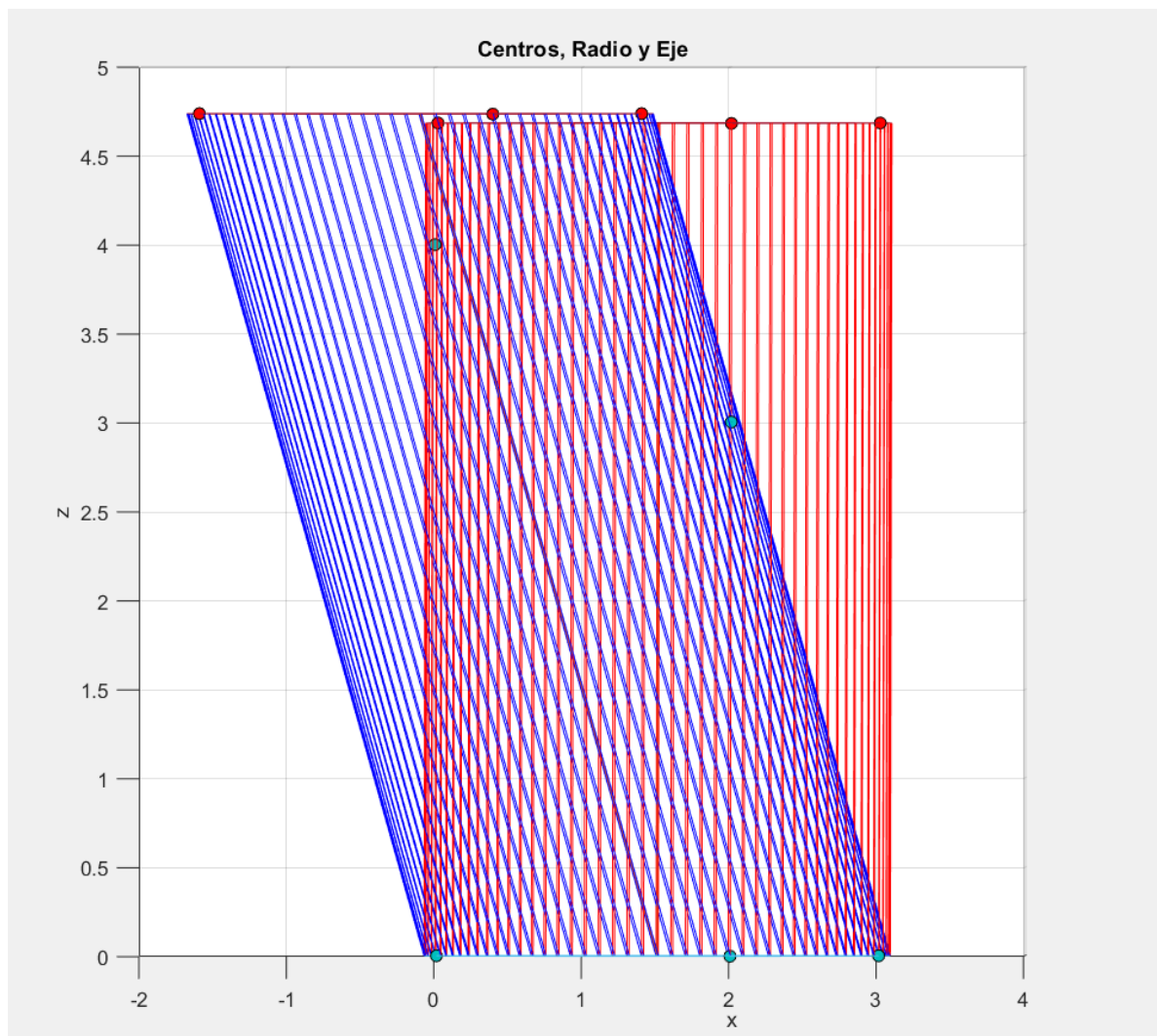


Ilustración 13. Vista lateral cilindros

Resultado final vista lateral.

De estos resultados vistos anteriormente se deriva la conclusión de que la parametrización propuesta por zsombor-Murray esta implementada de manera correcta ya que los resultados fueron los mismo que los de ellos en su estudio, la diferencia es que esta vez fue digitalizado y tuvo una mejoría en cuanto a supresión de ruido.

3.2 IMPLEMENTACION EN NEUMATICOS

La implementación completa de la optimización se demostró e implementó para la modelación y detección del desgaste en neumáticos, para vehículos en invierno, se tomaron 5 puntos de las llantas con RANSAC y se parametrizaron de manera que formaran el cilindro, el cual representa el neumático, RANSAC también fue usado para la eliminación de ruido.

Teniendo en cuenta que los modelos de las llantas eran de neumáticos en diferentes estados de uso, el primer paso consistió en clasificar los distintos modelos en tres categorías, usadas, desgastadas y nuevas. Esto se realizó porque es importante saber la profundidad de la hendidura generada en el modelo ya que esta es definida como ruido para poder parametrizar correctamente la parte que se usa en el neumático y posiblemente diagnosticar las causas de dicho desgaste.

3.2.1 Modelos Neumáticos Nuevos:

El modelo presentado a continuación es de un neumático nuevo, que jamás ha sido utilizado, los detalles más apreciables de este neumático son sus hendiduras, las cuales siguen siendo de gran profundidad y muy notables (profundidad: 6.2mm) por lo que el agarre del neumático con el pavimento en invierno es muy alto. La precisión del scanner con el que se tomaron las imágenes es muy elevada y los datos entregados en formatos de imagen STL y MTL no se encuentran sometidos a ningún procesamiento digital a parte de la simple unión de vértices y caras para formar el modelo 3D.

Modelo Nuevo:

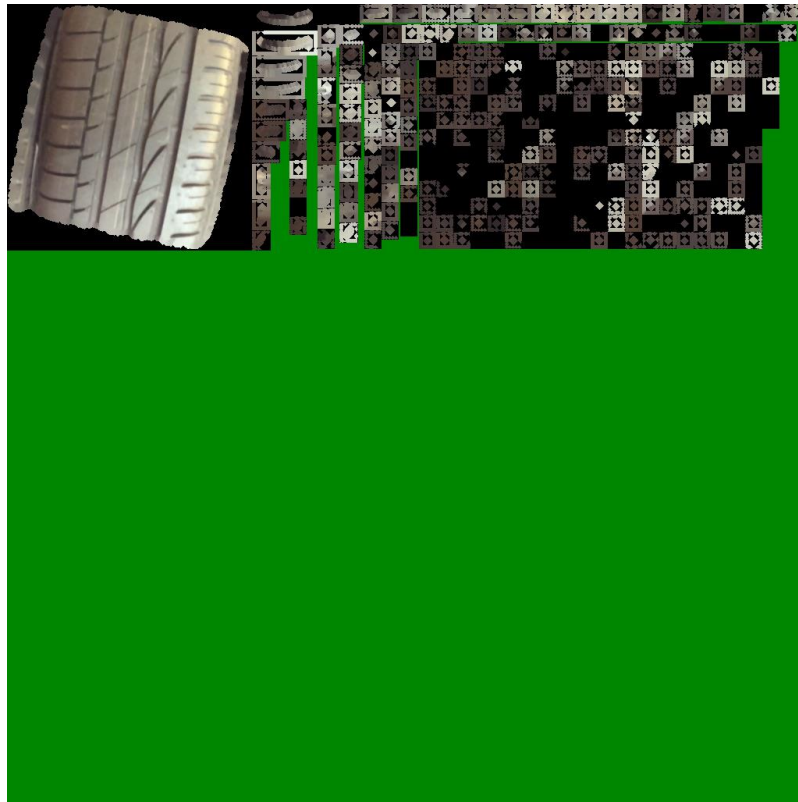


Ilustración 14. Archivo MTL modelo nuevo

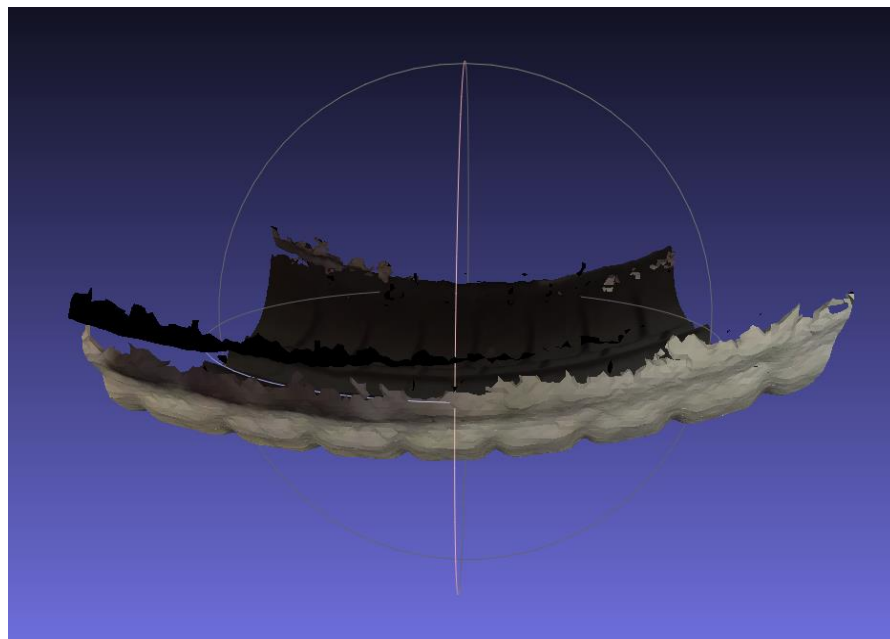


Ilustración 15. Vista lateral invertida del modelo nuevo.

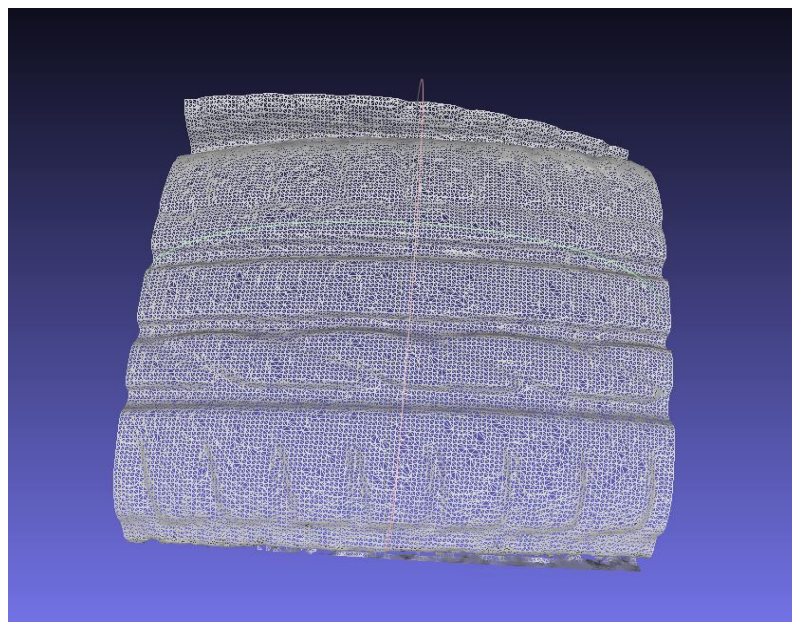


Ilustración 16. Vista mallada del modelo.



Ilustración 17. Vista frontal del modelo nuevo.

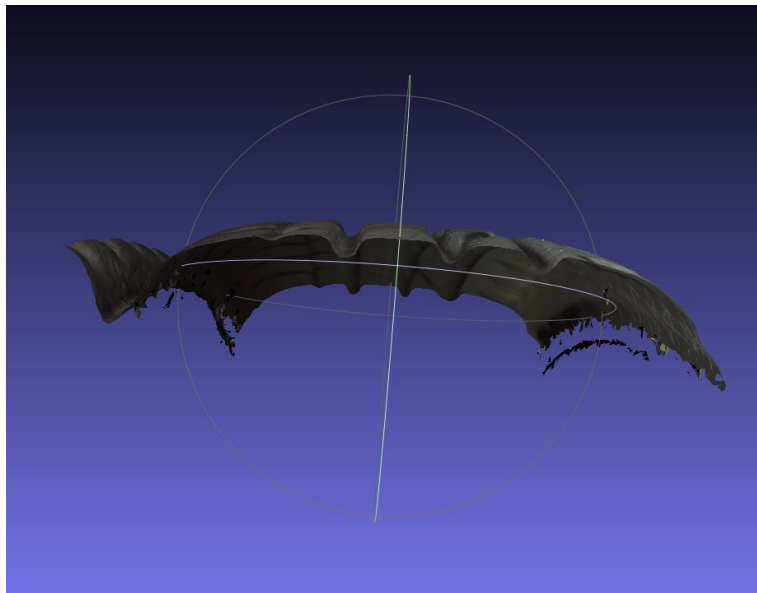


Ilustración 18. vista superior del modelo nuevo.

El modelo de neumático nuevo, aunque contenía alta calidad en detalles, se percibían algunos errores en el enmallado ya que la parametrización hecha con los datos del escáner aún no había sido sometida a los procesos de RANSAC y ajuste

de curvas, el resultado después de implementar la supresión de ruido fue el siguiente:

Modelo Nuevo RANSAC:



Ilustración 19. Vista frontal modelo nuevo RANSAC.

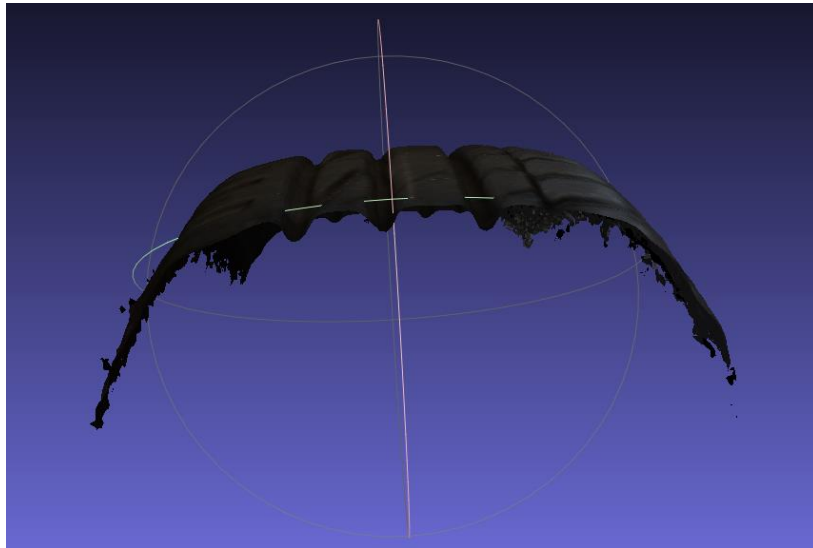


Ilustración 20. Vista superior del modelo nuevo RANSAC.

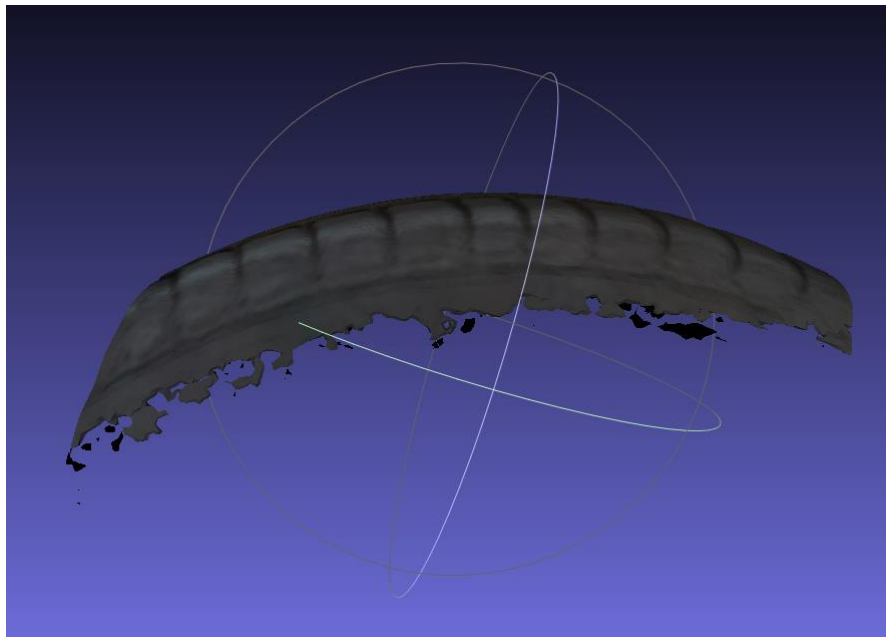


Ilustración 21. Vista lateral del modelo nuevo RANSAC.

Aunque aún es posible observar algunas irregularidades en el modelo, agujeros en la malla la mejoría es perceptible a simple vista, en los bordes del modelo se evidencia que ya no existen los excesos del modelo.

3.2.2 Modelos Neumáticos Usados:

Los modelos presentados a continuación son de neumáticos usados por una distancia aproximada de 15000 a 20000 kilómetro, los detalles de las hendiduras aún son apreciables en estos neumáticos y tienen una profundidad media de 5.4mm, la cual sigue siendo una profundidad perceptible.

Modelo Usado:



Ilustración 22. Archivo MTL modelo usado.



Ilustración 23. Vista frontal modelo usado.

Este modelo presenta imperfecciones en el lateral del modelo, las cuales son más visibles desde otra de sus vistas evidenciada más adelante.

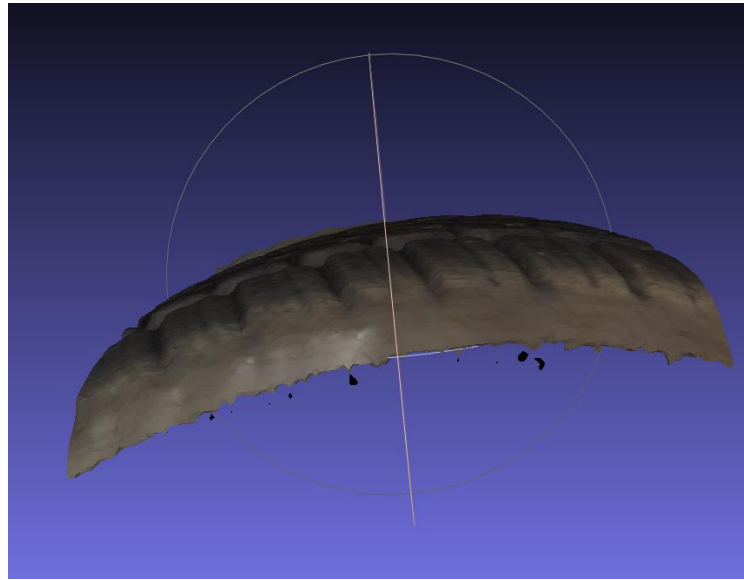


Ilustración 24. Vista lateral modelo usado.

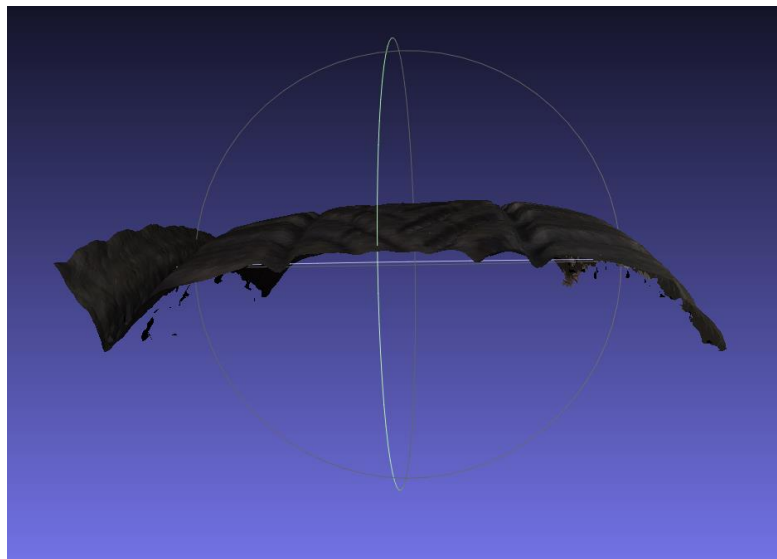


Ilustración 25. Vista superior modelo usado.

Modelo Usado RANSAC:

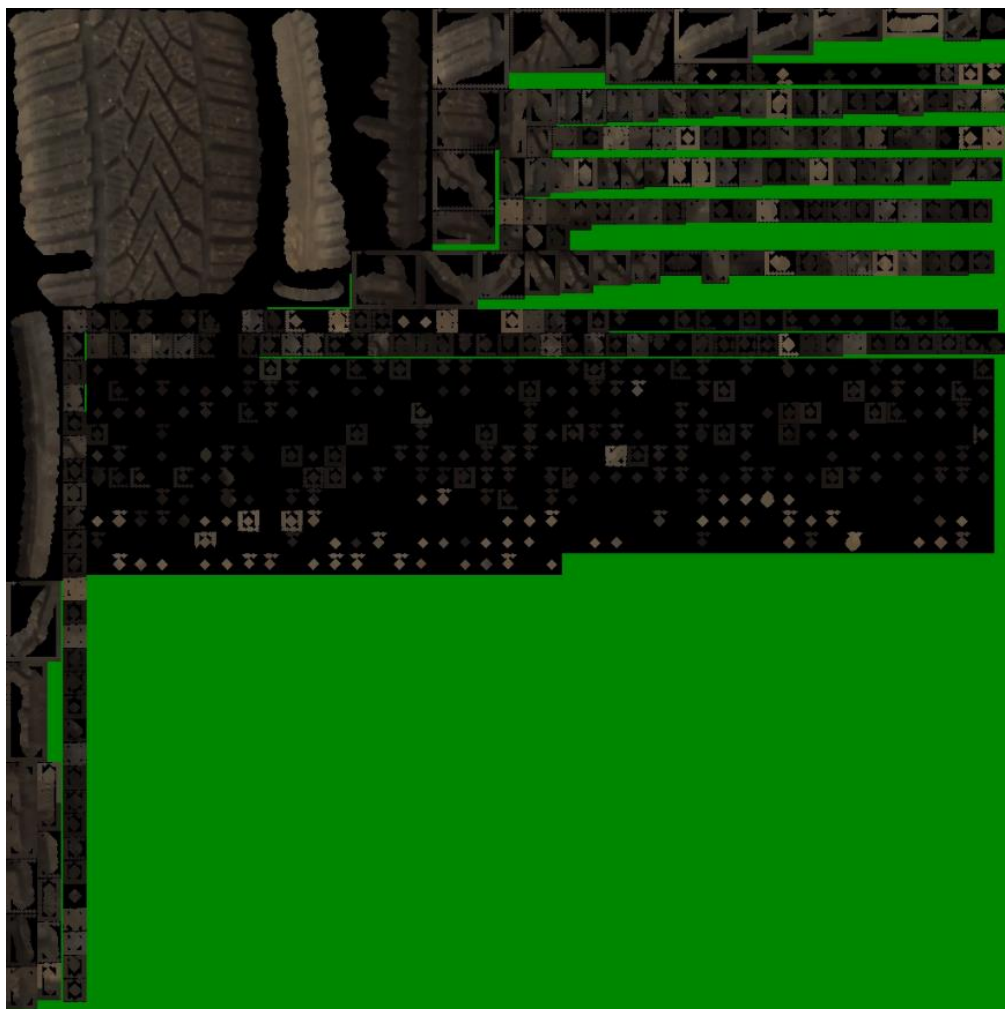


Ilustración 26. Archivo MTL modelo usado RANSAC.



Ilustración 27. Vista frontal Modelo Usado RANSAC.

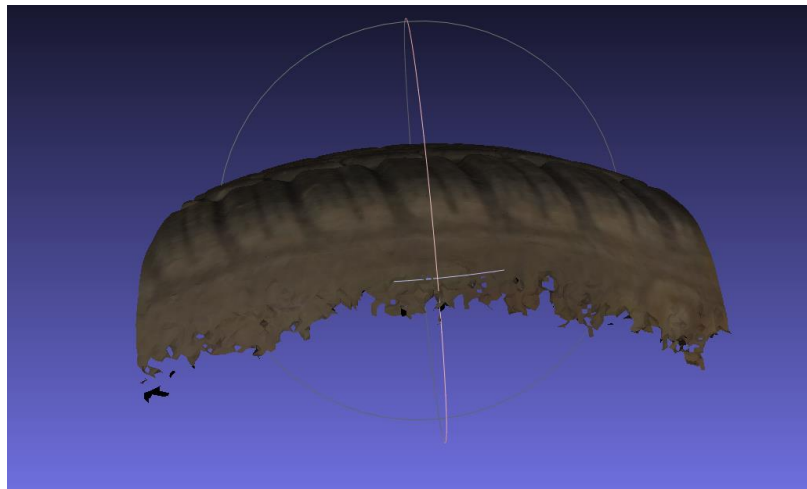


Ilustración 28. Vista lateral Modelo Usado RANSAC.

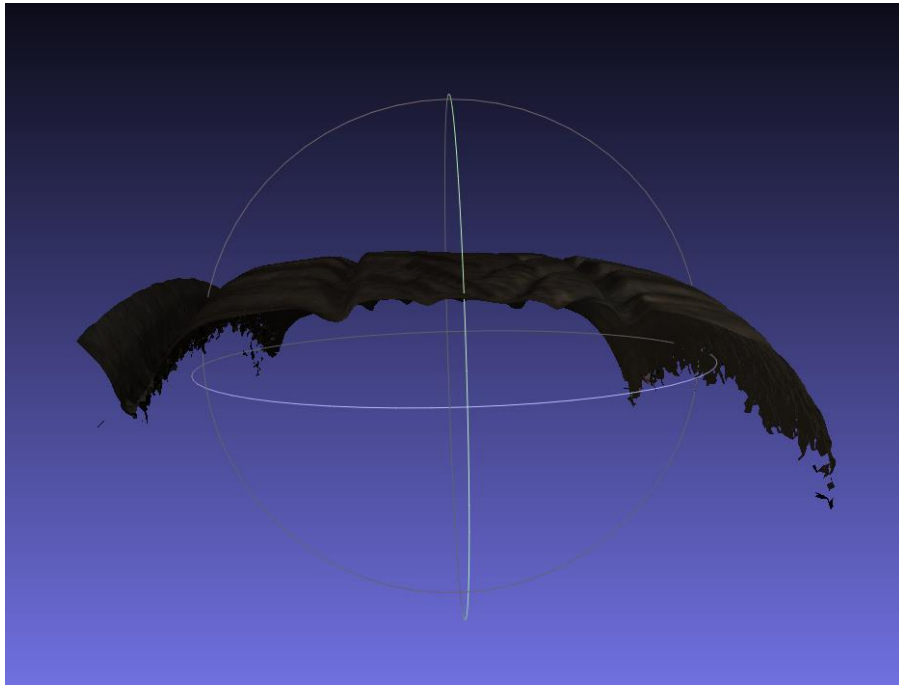


Ilustración 29. Vista lateral Modelo Usado RANSAC.

Al igual que en el caso del neumático nuevo, en el neumático usado fue posible la eliminación de gran parte del ruido mediante RANSAC, aunque su eficiencia se vio reducida drásticamente en este caso, ya que no fue posible detectar el excedente del lado izquierdo como parte de los Outliers.

3.2.3 Modelos Neumáticos Desgastados:

Los modelos presentados a continuación son de neumáticos usados por una distancia aproximada de 60000 kilómetros en adelante, los detalles de las hendiduras ya no son apreciables en estos neumáticos y tienen una profundidad alarmantemente baja de 1.5mm.

Modelo desgastado: Modelo con irregularidades y una iluminación extraña debido al .mtl creando un obstáculo de luz que se asemeja a una pared.

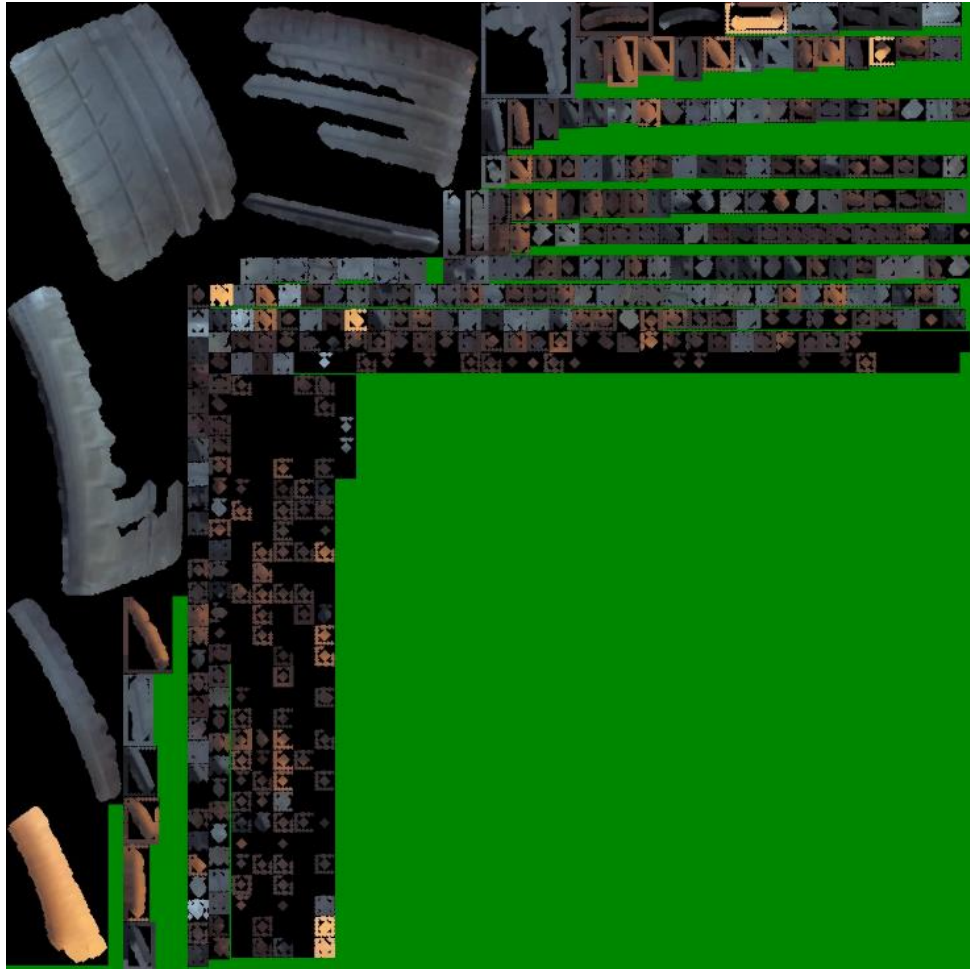


Ilustración 30. Archivo MTL modelo desgastado.



Ilustración 31. Vista frontal modelo desgastado.

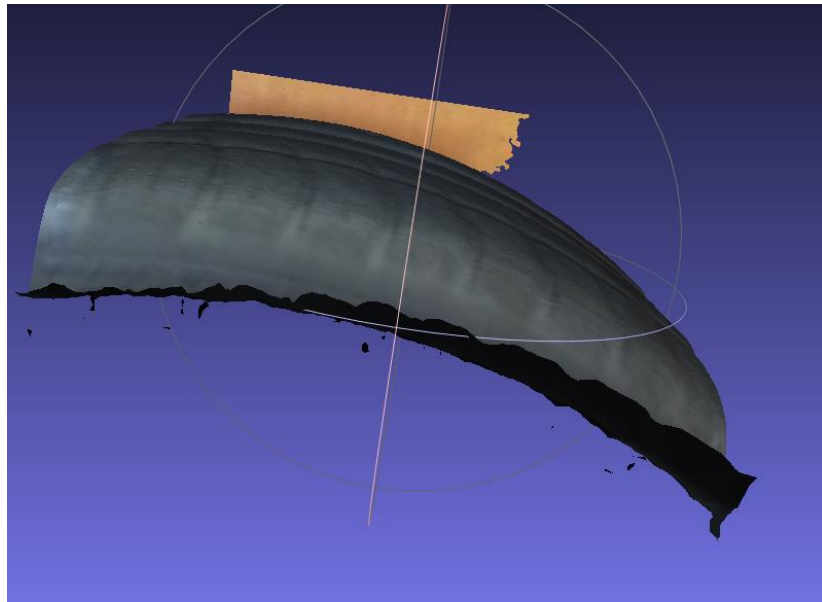


Ilustración 32. Vista lateral modelo desgastado.

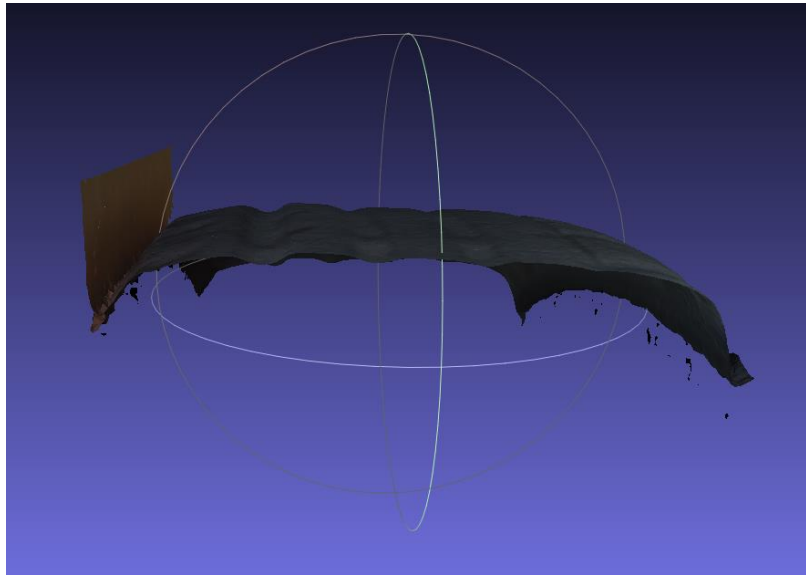


Ilustración 33. Vista superior modelo desgastado.

Modelo desgastado RANSAC:



Ilustración 34. Archivo mtl del Modelo desgastado RANSAC.



Ilustración 35. Vista frontal Modelo desgastado RANSAC.

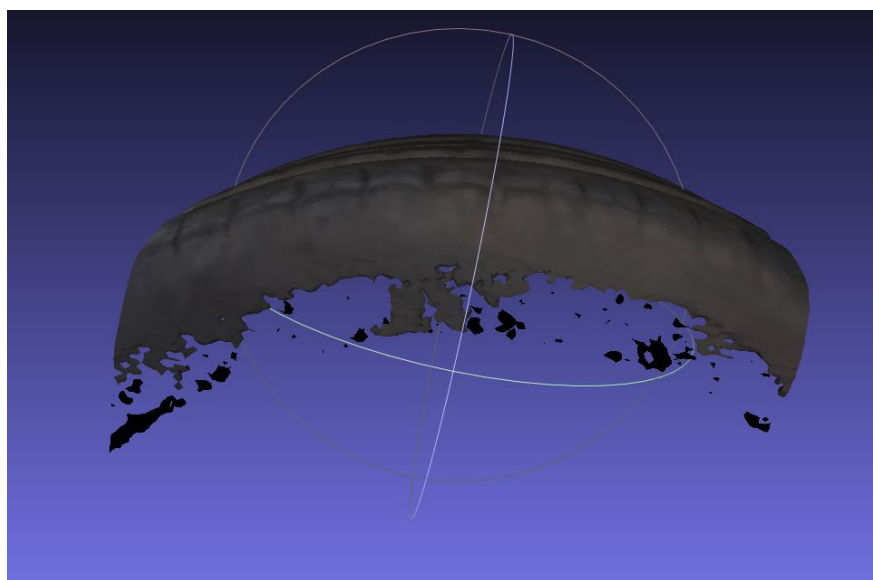


Ilustración 36. Vista lateral Modelo desgastado RANSAC.

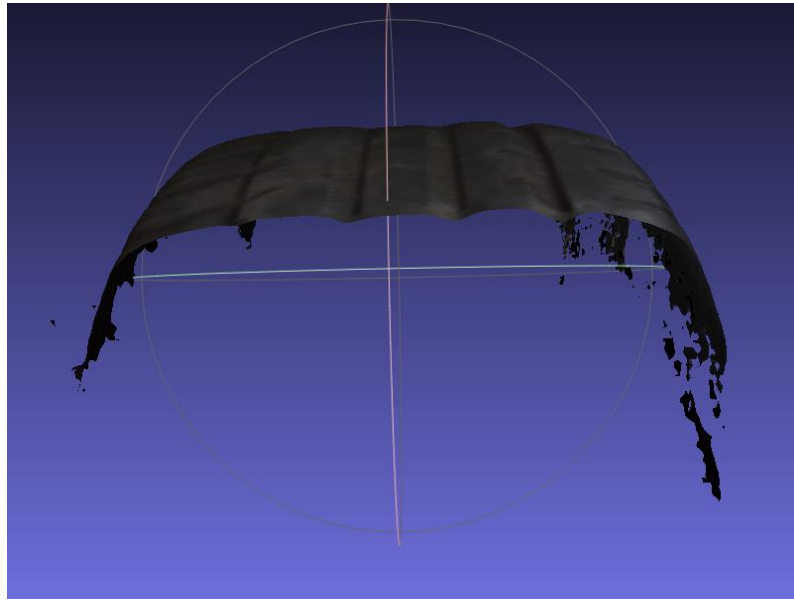


Ilustración 37. Vista superior Modelo desgastado RANSAC.

Posterior a la aplicación del algoritmo de supresión de ruido, es muy notable el cambio en el modelo, el exceso presente en el lado izquierdo del modelo fue removido y los agujeros fueron ajustados, aunque aún se presenta un exceso de material en la parte inferior derecha, este exceso no supone un problema tan grande ya que se encuentra aislado de modelo principal.

4. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

Los resultados que arrojó la investigación son importantes a la hora de enfrentarse a la necesidad de alta precisión en momentos de estimaciones y simulaciones de objetos cilíndricos con métodos de parametrización matemática.

La correcta simulación de datos del mundo real es de gran importancia para procedimientos que necesiten alto nivel matemático o situaciones que superen los sentidos humanos, como fue el ejemplo de la detección del desgaste de los neumáticos donde el cambio era evidenciado en milímetros imperceptibles al ojo humano, se demostró el potencial de los modelos matemáticos a la hora de estimación de figuras geométricas básicas.

Existen múltiples consideraciones a tener en cuenta a la hora de replicar esta investigación, entre ellas esta que los datos obtenidos para las pruebas de RANSAC eran datos en su mayoría muy limpios debido a que se obtuvieron de escáneres de alta precisión (cabe resaltar que aun así contenían ruido). Teniendo en cuenta estas consideraciones se obtuvieron mejorías en los resultados de la estimación y una precisión muy alta con los datos esperados, acercándose un 15% más a la medida tomada físicamente en las hendiduras de los neumáticos, lo cual demuestra que el proceso de tres pasos (supresión, parametrización y ajuste de curvas) mejora en parte la estimación y parametrización de cilindros en una nube de 5 puntos.

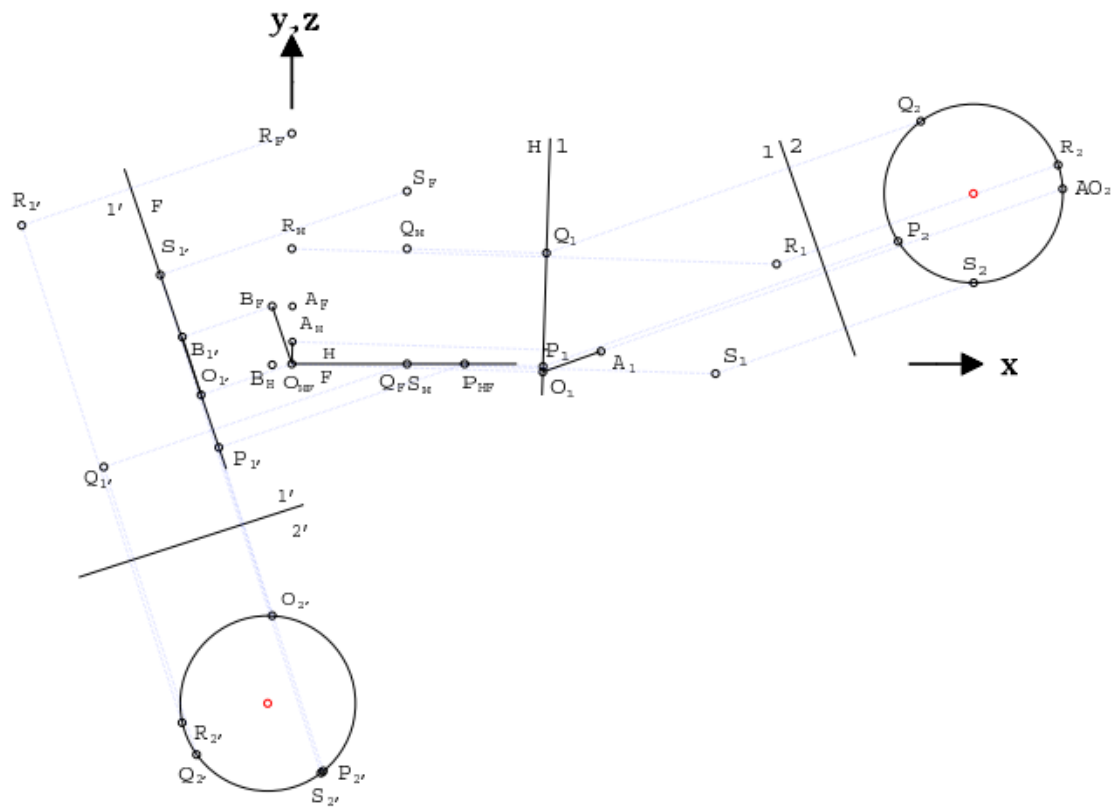
Se recomienda hacer una implementación para otras figuras basadas en diferentes algoritmos de parametrización que propusieron Zsombor-Murray como lo son los Torus, los conos y las esferas, los cuales al igual que los cilindros podrían presentar una gran mejoría con el ajuste de curvas y la supresión de ruido, permitiendo su correcta digitalización.

5. REFERENCIAS

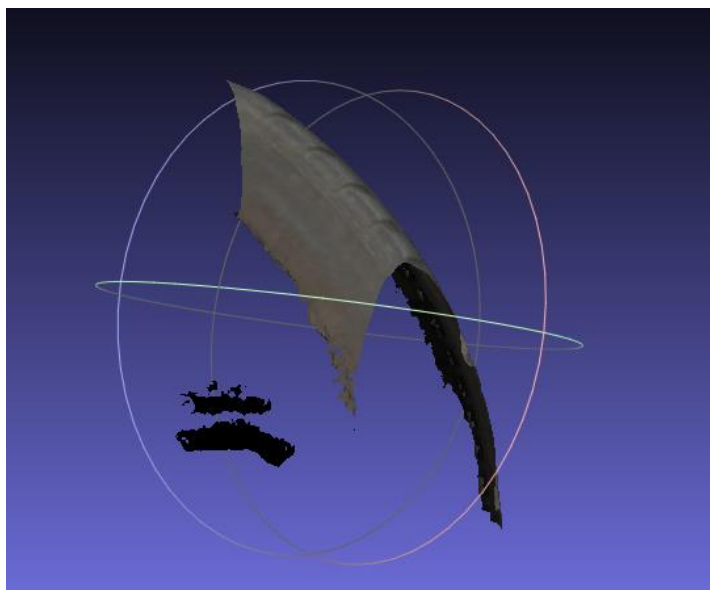
- AlexanderBucksch, & RoderikLinden (Derpanis, 2010)bergh. (2007). CAMPINO — A skeletonization method for point cloud processing . *ISPRS*, 115-127.
- Congote, J., Moreno, A., Barandiaran, I., & Barandiaran, J. (2010). MARCHING CUBES IN AN UNSIGNED DISTANCE FIELD. *Vicomtech Research Center*.
- Gferrer, A., & Zsombor-Murray, P. J. (2009). Quadrics of Revolution on Given Points. *Journal for Geometry and Graphics*, 131–144.
- Jenke, P., Wand, M., Bokeloh, M., Schilling, A., & Straßer, W. (2006). Bayesian Point Cloud Reconstruction. *Computer Graphics Forum*, 379–388.
- Kang, H. E., Wang, S., & H.Lee, K. (2002). A new segmentation method for point cloud data. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 167-178.
- Lukács, G., Martin, R., & Marshall, D. (1998). Faithful least-squares fitting of spheres, cylinders, cones and tori for reliable segmentation. *European Conference on Computer Vision*, 671-686.
- Patil, A. K., Lee, P. H., & HoChai, Y. (2017). An adaptive approach for the reconstruction and modeling of as-built 3D pipelines from point clouds. *Automation in Construction*, 65-78.
- Pfeifer, N., Gorte, B., & Winterhalder, D. (2004). AUTOMATIC RECONSTRUCTION OF SINGLE TREES FROM TERRESTRIAL LASER SCANNER DATA. *Photogrammetry and Remote Sensing*, 114-119.
- Ruiz, O. E., Congote, J., & Acosta, D. A. (2014). Graphs of Optimally Fit Features in Assessment of Geometric. *Virtual Concept International Workshop*.
- Schnabel, R., Wahl, R., & Klein, R. (2007). Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection. *Computer Graphics Forum*, 214–226.
- Shakarji, C. M. (1998). Least-Squares Fitting Algorithms of the NIST Algorithm Testing System. *J Res Natl Inst Stand Technol*, 633–641.
- Trung-ThienTran, Cao, V.-T., & Laurendeau, D. (2015). Extraction of cylinders and estimation of their parameters from point clouds. *Computers & Graphics*, 345-357.
- V.Weiss. (2002). Advanced surface fitting techniques. *Computer Aided Geometric Design*, 19-42.
- Yan, L., Xie, H., & Zhao, Z. (2010). A new method of cylinder reconstruction based on unorganized point cloud. *Geoinformatics*. Beijing.
- Zsombor-Murray, P., & Fashny, S. E. (2006). A Cylinder of Revolution on Five Points. *Journal for Geometry and Graphics*, 207–213.

- Li, C. (2011). *Compressive Sensing for 3D Data Processing Tasks*.: Houston: RICE UNIVERSITY.
- Rushmeier, F. B. (9 de August de 2002). *The 3D Model Acquisition Pipeline*. Obtenido de Wiley Online Library: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/1467-8659.00574>
- Cock, J. D. (2000). *El Método de la Triangulación aplicado en un escaner laser, para objetos tridimensionales*. Medellin: Universidad EAFIT.
- Derpanis, K. G. (2010). *Overview of the RANSAC Algorithm*. New York: Image Rochester.
- Gary Bradski, A. K. (2008). *Learning OpenCV: Computer Vision with the OpenCV Library*. O'Reilly Media, Inc.
- Li, C. (2011). *Compressive Sensing for 3D Data Processing Tasks*.: Houston: RICE UNIVERSITY.
- Martin A. Fischler, R. C. (2009). *Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Apphcatlons to Image Analysis and Automated Cartography*. Tiwari: SRI International.
- Pitas I, A. V. (1990). *Nonlinear Digital Filters: Principles and Applications*. Kluwer Academic Publisher.
- Rushmeier, F. B. (9 de August de 2002). *The 3D Model Acquisition Pipeline*. Obtenido de Wiley Online Library: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/1467-8659.00574>
- John C, N. (1979). *Compact Numerical Methods for Computers: Linear Algebra and Function Minimisation*. Bristol.

6. ANEXOS



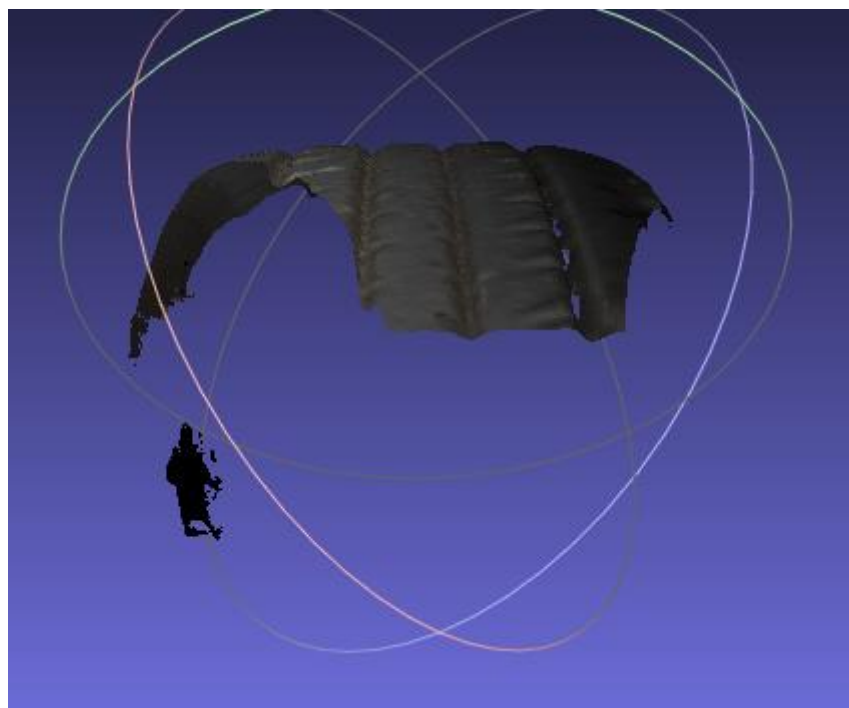
Anexo 1. Solución verificada mediante proyección en dirección del eje.



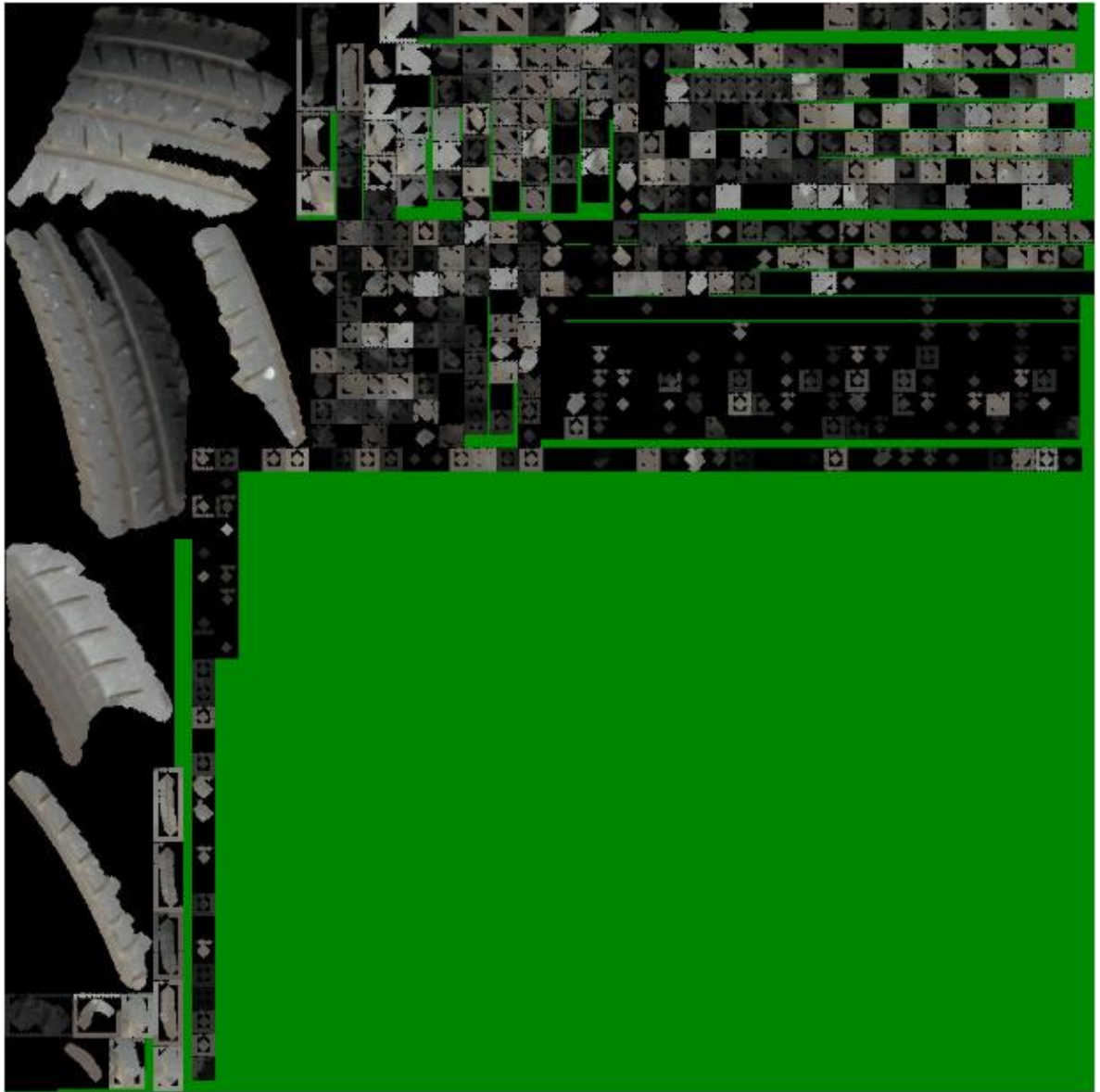
Anexo 2. Vista superior modelo fallido.



Anexo 3. Vista frontal modelo fallido.



Anexo 4. Vista lateral modelo fallido.



Anexo 5. Archivo mtl modelo fallido

